

Lundi 25 avril 2016

---



Diplôme: *Licence Sciences*  
Spécialité: *Sciences du vivant*  
Parcours: *BMC et BCPO*  
Année: *2015/2016 second semestre*  
Session : *contrôle continu 3/3*  
Intitulé UE: *VI00FUST*  
Intitulé épreuve: *Statistique pour Biologistes L3 S6*  
Durée: *1h30*  
Enseignant référent: *R.Supper*  
code de l'épreuve : B (fiche de lecture optique)



**L'usage des téléphones portables est interdit pendant toute la durée de l'épreuve. Les appareils doivent impérativement être éteints pendant l'épreuve. Ils ne peuvent donc pas être utilisés comme chronomètre ou calculatrice. L'usage d'une calculatrice est limité à des appareils non programmables ne comportant ni écran graphique et ni caractères alphanumériques. Le prêt d'une calculatrice à un autre étudiant est strictement interdit.**

Epreuve sans documents.

Les tables sont fournies : voir en dernières pages de ce document.

Effectuez vos calculs avec une précision de 6 décimales, même si vous ne les reportez pas toutes sur la fiche de lecture optique

### ***Comment encoder vos résultats sur la fiche de lecture optique :***

pour chaque question, vous devez noircir (au stylo à bille **noir**) trois cases sur la ligne correspondante, une case par colonne.

#### **Exemples :**

- pour reporter la valeur 375 , noircir les cases :    300    70    5
- pour reporter la valeur 370 , noircir les cases :    300    70    0
- pour reporter la valeur 300 , noircir les cases :    300    00    0
- pour reporter la valeur  75 , noircir les cases :    000    70    5
- pour reporter la valeur    5 , noircir les cases :    000    00    5
- pour reporter la valeur    0 , noircir les cases :    000    00    0

pour encoder votre numéro d'anonymat, veuillez utiliser les blocs : c1 c2 c3 c4 c5 c6

n'utilisez pas : c7 c8 c9

## **EXERCICE no.1**

## ***Régression en plan expérimental 2***

A Madagascar, les lémuriens à queue annelée (*Lemur catta*) vivent en troupes de diverses tailles. On cherche à savoir si le stress vécu par l'animal diffère selon la taille de la troupe à laquelle il appartient. Une mesure hormonale du stress est la concentration de cortisol dans les excréments de l'animal.

Quatre troupes de lémuriens ont été suivies dans leur milieu naturel et des dosages du cortisol ont été effectués sur des prélèvements d'excréments retrouvés au sol sur le territoire de l'une ou l'autre troupe.

Dans cette étude, un *individu* est un prélèvement d'excréments de lémurien.

Les deux *caractères* étudiés sont:

- le facteur contrôlé :  $X$  = nombre d'animaux dans la troupe considérée
- la réponse :  $Y$  = 100 fois le logarithme de la concentration en cortisol (mesurée en nanogrammes de cortisol par gramme d'excréments) autrement dit :  $Y = \log(\text{concentration à la puissance } 100)$

On note  $x_i$  la taille de la troupe no.  $i$  ( $1 \leq i \leq 4$ ) et  $n_i$  le nombre de prélèvements collectés sur le territoire de cette troupe:  $n_1=6$ ,  $n_2=4$  et  $n_3=n_4=5$ .

Ces prélèvements ont fait l'objet de mesures  $y_{ij}$  (où  $1 \leq j \leq n_i$  et  $1 \leq i \leq 4$ ) rassemblées dans le tableau ci-dessous:

$x_1 = 9$	$x_2 = 14$	$x_3 = 19$	$x_4 = 26$
-41,6	-21,1	1,2	6,9
-29,2	-7,3	13,8	32,5
-27,4	8,9	19,4	44,2
???	20,2	???	77,0
???		57,1	79,8
3,6			

*Oxford Journals in Life Science, Behavioral Ecology* (May/June 2005) 16 (3): 550-560, article de R. Ethan Pride

Certaines valeurs ont été perdues, mais auparavant MINITAB avait collecté diverses statistiques élémentaires et avait effectué un test ANOVA, ces résultats sont copiés en page suivante.

*Pour les étudiants ne disposant pas de la touche « racine carrée » sur leur calculatrice, quelques valeurs approchées sont fournies ci-dessous:*

$x$	40,0	40,5	41,0	41,5	42,0	42,5	43,0	43,5	44,0	44,5	45,0
$\sqrt{x}$	6,325	6,364	6,403	6,442	6,481	6,519	6,557	6,595	6,633	6,671	6,708

Sur les quatre colonnes de mesures expérimentales de la page précédente, le logiciel MINITAB a procédé à une analyse de la variance à un facteur, après avoir contrôlé que l'hypothèse (H0) pouvait être acceptée pour chacun des trois tests préliminaires : test de Levene / normalité / Bartlett (avec une P-valeur de : 0,614 / >0,10 / 0,662 respectivement)

### ANOVA à un facteur contrôlé : X=9 ; X=14 ; X=19 ; X=26

Méthode

Hypothèse nulle            Toutes les moyennes sont égales  
Hypothèse alternative    Au moins une moyenne est différente

Les variances ont été supposées égales pour l'analyse.

Analyse de variance

Source	DL	SomCar ajust	CM ajust	Valeur F	Valeur de p
Facteur	3	14147	4715,6	8,53	0,001
Erreur	16	8842	552,6		
Total	19	22989			

Les couples  $(x_i, y_{ij})$  forment un échantillon de taille  $n = 20$  pour lequel MINITAB fournit les moyennes  $\bar{x}$  et  $\bar{y}$ , les écarts-types corrigés  $s_c(x)$  et  $s_c(y)$ , les variances corrigées  $s_c^2(x)$  et  $s_c^2(y)$ , entre autres statistiques élémentaires, ainsi que le coefficient de corrélation linéaire  $r(x, y)$  :

### Statistiques descriptives : X = taille de la troupe; Y = log(concentration^100)

Variable	Moyenne	EcTyp	Variance	Somme	Somme des carrés	Médiane
les xi	16,75	6,66	44,41	335,00	6455,00	16,50
les y_ij	13,54	34,78	1209,92	270,70	26652,47	7,90

### Corrélation : X = taille de la troupe; Y = log(concentration^100)

Corrélation de Pearson de X et Y = 0,778  
Valeur de p = 0,000

Question 1. Calculez la variance non corrigée  $s^2(x)$ .

*Sur la fiche de lecture optique, ne reportez que la partie entière, laissez tomber les décimales.*

*Par exemple : si votre résultat est 234,167 alors inscrivez 234 sur la fiche de lecture.*

*Si votre résultat est 234,987 inscrivez aussi 234 sans faire d'arrondi*

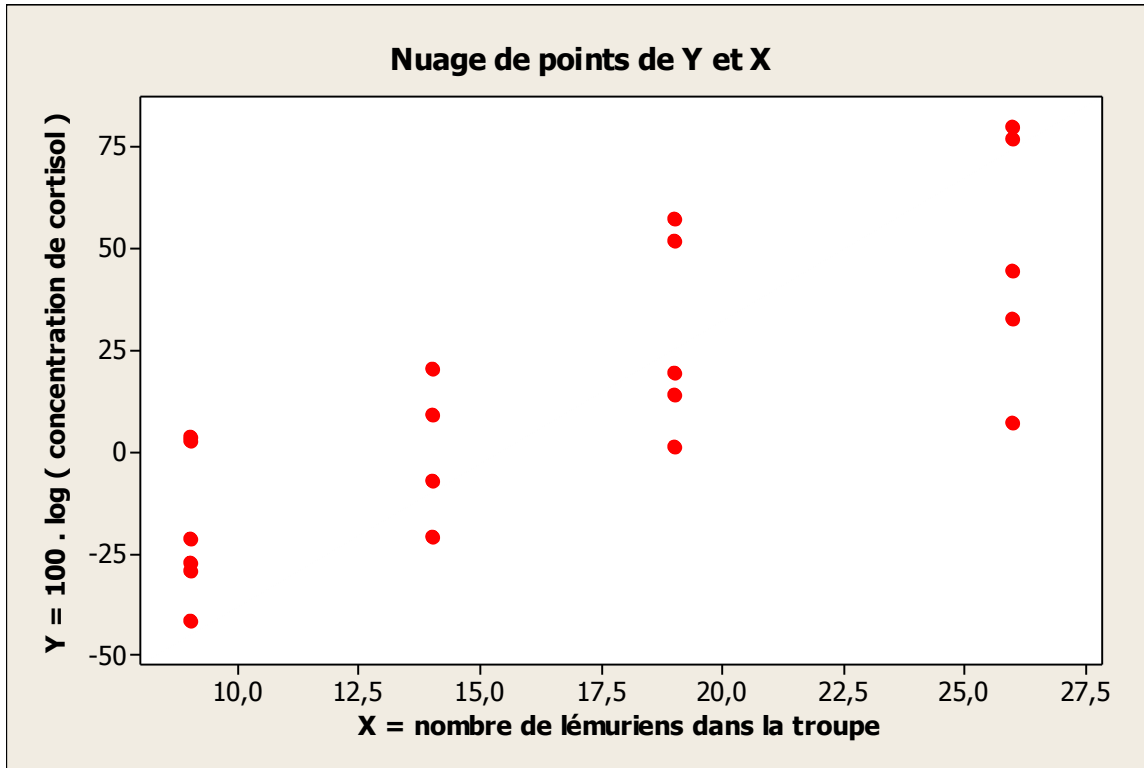
Question 2. Estimez, par une proportion, quelle part des variations du caractère Y s'explique par une fonction linéaire de la variable X.

*Sur la fiche de lecture optique, ne reportez que les 3 premières décimales.*

*Par exemple : si votre résultat est 0,233167 alors inscrivez 233 sur la fiche de lecture.*

*Si votre résultat est 0,233987 inscrivez aussi 233 sans faire d'arrondi*

Question 3. Les observations sont visualisées sous forme d'un nuage de points :



On note  $y = \hat{a} + \hat{h} x$  l'équation de la droite de régression ajustée à ce nuage de points. Calculez le coefficient directeur (ou pente)  $\hat{h}$ .

Sur la fiche de lecture optique, reportez  $100 \hat{h}$ , en laissant tomber les décimales restantes.

Par exemple : si votre résultat est  $\hat{h} = 2,34167$  alors inscrivez 234 sur la fiche de lecture.

Si votre résultat est  $\hat{h} = 2,34987$  inscrivez aussi 234 sans faire d'arrondi

Question 4. Calculez le coefficient  $\hat{a}$ .

Sur la fiche de lecture optique, reportez  $100 + \hat{a}$ , en laissant tomber les décimales restantes.

Par exemple : si votre résultat est  $\hat{a} = 23,4167$  alors inscrivez 123 sur la fiche de lecture.

Si votre résultat est  $\hat{a} = 23,9987$  inscrivez aussi 123 sans faire d'arrondi

Si votre résultat est  $\hat{a} = -23,5$  donc  $100 + \hat{a} = 76,5$  alors inscrivez 76 sur la fiche

Question 5. En déduire le résidu (de la régression) associé au prélèvement no.2 dans l'échantillon no.3 (prélèvements d'excréments sur le territoire occupé par la troupe de 19 lémuriens)

Sur la fiche de lecture optique, reportez la valeur de la somme  $100 + \text{résidu}$ , en laissant tomber les décimales restantes, comme à la question précédente.

Question 6. Pour une troupe de 22 lémuriens, on note  $y(22)$  la valeur attendue pour le logarithme de la concentration (en cortisol) élevée à la puissance 100.

On peut estimer ce nombre inconnu  $y(22)$  de deux façons :

- estimation ponctuelle par la valeur connue  $\hat{y}(22)$
- estimation par un intervalle de confiance  $I$  contenant  $y(22)$

Rappel :

la construction de cet intervalle utilise des variables aléatoires  $L$ ,  $S_L$  et  $T = \frac{L - y(22)}{S_L}$

Sur cet échantillon, les variables aléatoires  $L$  et  $S_L$  prennent les valeurs  $\hat{y}(22)$  et  $s_L$  respectivement,

$$[1 - r^2(x, y)] s_c^2(y)$$

avec  $s_L^2 = s_B^2 [s^2(x) + (22 - \bar{x})^2]$  où  $s_B^2 = \frac{(n-2) s_c^2(x)}$

Calculer  $\hat{y}(22)$ .

*Multipliez le résultat par 10 avant de le reporter sur la fiche de lecture optique, sans les décimales.*

*Par exemple : si votre résultat est 23,4167 alors inscrivez 234 sur la fiche de lecture.*

*Si votre résultat est 23,4987 inscrivez aussi 234 sans faire d'arrondi*

Question 7. Calculer  $s_B^2$ .

*Multipliez le résultat par 10 avant de le reporter sur la fiche de lecture optique, comme à la question 6.*

Question 8. Calculer  $s_L^2$ .

*Multipliez le résultat par 10 avant de le reporter sur la fiche de lecture optique, comme à la question 6.*

Question 9. L'intervalle de confiance  $I$  (au seuil 0,05) pour le nombre  $y(22)$ , sera noté sous forme d'un intervalle ouvert  $I = ]p, q[$ . Déterminer la borne inférieure  $p$ .

*Sur la fiche de lecture optique, ne reportez que la partie entière, laissez tomber les décimales.*

*Par exemple : si votre résultat est 234,167 alors inscrivez 234 sur la fiche de lecture.*

*Si votre résultat est 234,987 inscrivez aussi 234 sans faire d'arrondi*

Question 10. Déterminer la borne supérieure  $q$ .

*Sur la fiche de lecture optique, ne reportez que la partie entière, comme à la question précédente.*

**EXERCICE no.2****Test de validation du modèle linéaire**

Suite de l'exercice précédent....

Question 11. Estimez, à l'aide d'une proportion, quelle part des variations du caractère  $Y$  s'explique comme fonction du facteur  $X$ .

*Sur la fiche de lecture optique, ne reportez que les 3 premières décimales.*

*Par exemple : si votre résultat est 0,233167 alors inscrivez 233 sur la fiche de lecture.*

*Si votre résultat est 0,233987 inscrivez aussi 233 sans faire d'arrondi*

Question 12. Estimez, à l'aide d'une proportion, quelle part des variations du caractère  $Y$  s'explique comme une fonction de  $X$ , mais non linéaire en  $X$ .

*Sur la fiche de lecture optique, ne reportez que les 3 premières décimales, comme à la question 11.*

Question 13. La variation du modèle autour de la régression  $SC_{M|RG}$  est donnée par l'une des formules ci-dessous. Laquelle?

- |   |   |                               |
|---|---|-------------------------------|
| 1) $(1 - r^2(x, y)) n s_c^2(y)$           | 5) $(\eta^2(y x) - r^2(x, y)) SC_{tot}$ |                               |
| 2) $(\eta^2(y x) - r^2(x, y)) n s_c^2(y)$ | 6) $(1 - \eta^2(y x)) SC_{tot}$         |                               |
| 3) $(1 - \eta^2(y x)) n s_c^2(y)$         | 7) $r^2(x, y) SC_{tot}$                 |                               |
| 4) $r^2(x, y) n s_c^2(y)$                 | 8) $\eta^2(y x) SC_{tot}$               | 9) $(1 - r^2(x, y)) SC_{tot}$ |

Dans ces formules,  $\eta^2(y|x)$  désigne le rapport de corrélation.

Si aucune des neuf formules ci-dessus ne convient, alors reportez la valeur 10 comme réponse.

Question 14. Déterminez la valeur de  $SC_{M|RG}$ .

*Sur la fiche de lecture optique, ne reportez que la partie entière, laissez tomber les décimales.*

*Par exemple : si votre résultat est 234,167 alors inscrivez 234 sur la fiche de lecture.*

*Si votre résultat est 234,987 inscrivez aussi 234 sans faire d'arrondi*

Question 15. Déterminez  $s^2_{M|RG}$  la variance du modèle autour de la régression.

*Sur la fiche de lecture optique, reportez la partie entière, sans les décimales, comme à la question 14.*

Question 16. On va pratiquer le test de validation du modèle linéaire. Déterminez la valeur critique  $c$  au seuil  $0,05$ .

*Multipliez votre résultat par 100 avant de le reporter sur la fiche de lecture optique, en laissant tomber les décimales restantes.*

*Par exemple : si votre résultat est 2,34167 alors inscrivez 234 sur la fiche de lecture.*

*Si votre résultat est 2,34987 inscrivez aussi 234 sans faire d'arrondi*

*Si votre résultat est 0,234987 alors inscrivez 23.*

Question 17. Calculez la valeur observée  $f$  pour la statistique  $F$  de ce test.

*Multipliez le résultat par 10 avant de le reporter sur la fiche de lecture optique, sans les décimales.*

*Par exemple : si votre résultat est 23,4167 alors inscrivez 234 sur la fiche de lecture.*

*Si votre résultat est 23,4987 inscrivez aussi 234 sans faire d'arrondi.*

*Si votre résultat est 0,234987 alors inscrivez 2.*

### **EXERCICE no.3**

### ***Test d'indépendance***

Suite de l'exercice précédent....

Question 18. La variation du modèle  $SC_M$  est donnée par l'une des formules proposées à la question 13 de l'exercice précédent. Laquelle?

Question 19. Déterminer la valeur de  $SC_M$

*Divisez votre résultat par 100 avant de le reporter sur la fiche de lecture optique, en laissant tomber les décimales restantes.*

*Par exemple : si votre résultat est 23416,7 alors inscrivez 234 sur la fiche de lecture.*

*Si votre résultat est 23498,7 inscrivez aussi 234 sans faire d'arrondi.*

Question 20. En déduire la valeur de  $SC_{R|M}$  (variation résiduelle autour du modèle)

*Divisez votre résultat par 100 avant de le reporter sur la fiche de lecture optique, en laissant tomber les décimales, comme à la question précédente.*

Question 21. Laquelle des formules (question 13 de l'exercice précédent) correspond à cette variation ?

Question 22. Que vaut  $s^2_{R|M}$  la variance résiduelle autour du modèle ?

*Sur la fiche de lecture optique, ne reportez que la partie entière, laissez tomber les décimales.*

*Par exemple : si votre résultat est 234,167 alors inscrivez 234 sur la fiche de lecture.*

*Si votre résultat est 234,987 inscrivez aussi 234 sans faire d'arrondi*

Question 23. On va pratiquer le test d'indépendance. Déterminez la valeur critique  $c'$  au seuil  $0,05$ .

*Multipliez votre résultat par 100 avant de le reporter sur la fiche de lecture optique, en laissant tomber les décimales restantes.*

*Par exemple : si votre résultat est 2,34167 alors inscrivez 234 sur la fiche de lecture.*

*Si votre résultat est 2,34987 inscrivez aussi 234 sans faire d'arrondi*

*Si votre résultat est 0,234987 alors inscrivez 23.*

Question 24. Calculez la valeur observée  $f'$  pour la statistique  $F'$  de ce test.

*Sur la fiche de lecture optique, ne reportez que la partie entière, laissez tomber les décimales.*

*Par exemple : si votre résultat est 234,167 alors inscrivez 234 sur la fiche de lecture.*

*Si votre résultat est 234,987 inscrivez aussi 234 sans faire d'arrondi*

Question 25. La variation résiduelle autour du modèle se présente aussi comme une somme de carrés:

$SC_{R|M} = \sum_{ij} (T_{ij})^2$  avec  $1 \leq j \leq n_i$ ,  $1 \leq i \leq 4$  et des termes  $T_{ij}$  à reconnaître parmi:

1)  $T_{ij} = \bar{y}_i - \hat{a} - \hat{h} x_i$

4)  $T_{ij} = \bar{y}_i - \bar{y}$

7)  $T_{ij} = y_{ij} - \hat{a} - \hat{h} x_i$

2)  $T_{ij} = \bar{y} - \hat{a} - \hat{h} x_i$

5)  $T_{ij} = y_{ij} - \bar{y}$

8)  $T_{ij} = \bar{y}_i - \hat{a} + \hat{h} x_i$

3)  $T_{ij} = \bar{y} - \hat{a} + \hat{h} x_i$

6)  $T_{ij} = y_{ij} - \bar{y}_i$

9)  $T_{ij} = y_{ij} - \hat{a} + \hat{h} x_i$

où  $\bar{y}_i$  désigne la moyenne de la colonne no.  $i$  dans le tableau des résultats expérimentaux.

Si aucune des neuf formules ci-dessus ne convient, alors reportez la valeur 10 comme réponse.

Question 26. La variation du modèle aussi se définit par une somme de carrés:  $SC_M = \sum_{ij} (T_{ij})^2$  avec des termes  $T_{ij}$  à choisir par les propositions ci-dessus.



**EXERCICE no.4****Test de Kruskal-Wallis**

Le coucou d'Europe pond fréquemment ses oeufs dans les nids d'oiseaux d'autres espèces et ceux-ci ne remarquent pas de différence entre leurs propres oeufs et ceux de l'intrus.

On a mesuré le diamètre  $Y$  (en millimètres) de 30 oeufs de coucou pondus dans des nids de trois espèces différentes (*Fauvette*, *Rouge-Gorge*, *Bergeronnette*) à raison de dix observations pour chaque type de nid, en d'autres termes:  $I = 3$ ,  $J = 10$ ,  $n = 30$ .

Les valeurs mesurées  $y_{ij}$  sont rassemblées dans le tableau ci-dessous ( $1 \leq i \leq I$ ,  $1 \leq j \leq J$ ).

On cherche à savoir si la taille de ces oeufs de coucou diffère selon le type de nid parasité.

<i>Nid de Fauvette</i>	<i>Nid de Rouge-Gorge</i>	<i>Nid de Bergeronnette</i>
20,90	21,75	21,80
21,70	22,20	21,85
22,00	22,30	22,45
22,80	22,40	23,05
23,10	22,85	23,15
23,75	22,90	23,35
23,80	22,95	23,40
23,85	23,00	24,00
23,95	23,30	24,05
25,00	23,90	24,90

*Biometrika* (1902) Volume 1, pages 164-176, article de O.H.Latter

On décide de traiter ces mesures expérimentales à l'aide du test de Kruskal-Wallis, pour tester l'hypothèse ( $H_0$ ) : *le caractère  $Y$  suit la même loi dans les trois populations.*

Question 27. On commence par attribuer des rangs  $R_{ij}$  à tous les individus. Quel est le rang  $R_{32}$  associé à la valeur no.2 observée dans l'échantillon no.3 ?

Question 28. Déterminer  $R_1$  la somme des rangs associés aux observations dans le premier échantillon.

On note  $R_2$  et  $R_3$  les sommes de rangs relatives aux échantillons 2 et 3 respectivement.

Question 29. On souhaite pratiquer le test de Kruskal-Wallis au seuil 10 %.

La statistique du test de Kruskal-Wallis est une variable aléatoire  $K$  dont la valeur observée est notée  $k$ .

On veut construire un intervalle  $L$  tel que:

si  $k \notin L$ , alors on rejette (H0)  
si  $k \in L$ , alors on considère (H0) vraie

On notera  $L$  sous forme d'un intervalle d'extrémités  $u$  et  $v$ , où  $u < v$ , avec  $u$  et  $v$  des valeurs possibles pour  $K$ .

Déterminer  $u$ .

*Multipliez votre résultat par 100 avant de le reporter sur la fiche de lecture optique, en laissant tomber les décimales restantes.*

*Par exemple : si votre résultat est 2,34167 alors inscrivez 234 sur la fiche de lecture.*

*Si votre résultat est 2,34987 inscrivez aussi 234 sans faire d'arrondi*

*Si votre résultat est 0,234987 alors inscrivez 23.*

Question 30. Déterminer  $v$ .

*Multipliez votre résultat par 100 avant de le reporter sur la fiche de lecture optique, en laissant tomber les décimales restantes, comme à la question précédente.*

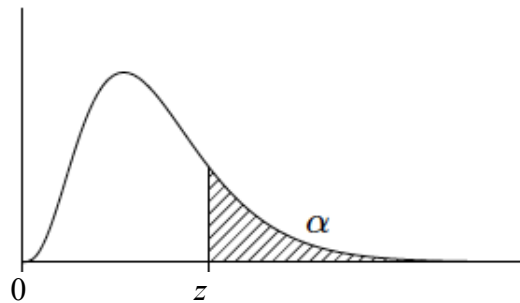
Question 31. La statistique  $K$  du test de Kruskal-Wallis est la variable aléatoire définie par :

$$K = \frac{12}{n(n+1)J} \left( \sum_{i=1}^I (R_i)^2 \right) - 3(n+1)$$

Calculez  $k$  sa valeur observée dans l'expérience.

*Multipliez votre résultat par 100 avant de le reporter sur la fiche de lecture optique, en laissant tomber les décimales restantes, comme à la question 29.*

## Table des valeurs critiques pour la loi de Pearson ou loi du Khi Deux



la table donne la valeur critique  $z$  en fonction du degré de liberté  $\nu$  et du seuil  $\alpha$

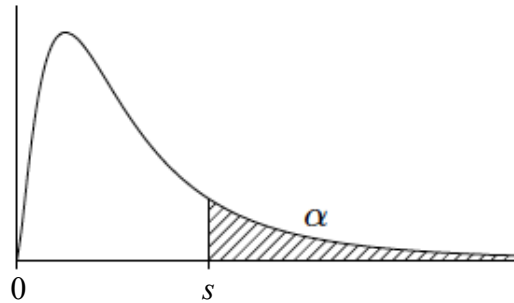
$\nu \backslash \alpha$	0,990	0,975	0,950	0,900	0,100	0,050	0,025	0,010	0,001
1	0,0002	0,0010	0,0039	0,0158	2,7055	3,8415	5,0239	6,6349	10,8276
2	0,0201	0,0506	0,1026	0,2107	4,6052	5,9915	7,3778	9,2103	13,8155
3	0,1148	0,2158	0,3518	0,5844	6,2514	7,8147	9,3484	11,3449	16,2662
4	0,2971	0,4844	0,7107	1,0636	7,7794	9,4877	11,1433	13,2767	18,4668
5	0,5543	0,8312	1,1455	1,6103	9,2364	11,0705	12,8325	15,0863	20,5150
6	0,8721	1,2373	1,6354	2,2041	10,6446	12,5916	14,4494	16,8119	22,4577
7	1,2390	1,6899	2,1673	2,8331	12,0170	14,0671	16,0128	18,4753	24,3219
8	1,6465	2,1797	2,7326	3,4895	13,3616	15,5073	17,5345	20,0902	26,1245
9	2,0879	2,7004	3,3251	4,1682	14,6837	16,9190	19,0228	21,6660	27,8772
10	2,5582	3,2470	3,9403	4,8652	15,9872	18,3070	20,4832	23,2093	29,5883
11	3,0535	3,8157	4,5748	5,5778	17,2750	19,6751	21,9200	24,7250	31,2641
12	3,5706	4,4038	5,2260	6,3038	18,5493	21,0261	23,3367	26,2170	32,9095
13	4,1069	5,0088	5,8919	7,0415	19,8119	22,3620	24,7356	27,6883	34,5282
14	4,6604	5,6287	6,5706	7,7895	21,0641	23,6848	26,1189	29,1412	36,1233
15	5,2293	6,2621	7,2609	8,5468	22,3071	24,9958	27,4884	30,5779	37,6973
16	5,8122	6,9077	7,9616	9,3122	23,5418	26,2962	28,8454	31,9999	39,2524
17	6,4078	7,5642	8,6718	10,0852	24,7690	27,5871	30,1910	33,4087	40,7902
18	7,0149	8,2307	9,3905	10,8649	25,9894	28,8693	31,5264	34,8053	42,3124
19	7,6327	8,9065	10,1170	11,6509	27,2036	30,1435	32,8523	36,1909	43,8202
20	8,2604	9,5908	10,8508	12,4426	28,4120	31,4104	34,1696	37,5662	45,3147
21	8,8972	10,2829	11,5913	13,2396	29,6151	32,6706	35,4789	38,9322	46,7970
22	9,5425	10,9823	12,3380	14,0415	30,8133	33,9244	36,7807	40,2894	48,2679
23	10,1957	11,6886	13,0905	14,8480	32,0069	35,1725	38,0756	41,6384	49,7282
24	10,8564	12,4012	13,8484	15,6587	33,1962	36,4150	39,3641	42,9798	51,1786
25	11,5240	13,1197	14,6114	16,4734	34,3816	37,6525	40,6465	44,3141	52,6197
26	12,1981	13,8439	15,3792	17,2919	35,5632	38,8851	41,9232	45,6417	54,0520
27	12,8785	14,5734	16,1514	18,1139	36,7412	40,1133	43,1945	46,9629	55,4760
28	13,5647	15,3079	16,9279	18,9392	37,9159	41,3371	44,4608	48,2782	56,8923

### Table de l'Etendue Studentisée

Table des valeurs critiques de la loi de l'Etendue Studentisée au seuil de 0,05 en fonction du degré de liberté du dénominateur  $dl$  et du nombre de groupes  $I$ . Cette table a été construite avec le logiciel SAS.

$dl \backslash I$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	17,9688	26,9755	32,8186	37,0813	40,4072	43,1181	45,3965	47,3556	49,0699
2	6,0849	8,3308	9,7980	10,8810	11,7340	12,4345	13,0266	13,5381	13,9875
3	4,5007	5,9096	6,8245	7,5016	8,0370	8,4780	8,8521	9,1766	9,4620
4	3,9265	5,0403	5,7571	6,2870	6,7065	7,0528	7,3465	7,6015	7,8264
5	3,6354	4,6017	5,2185	5,6731	6,0329	6,3299	6,5823	6,8014	6,9947
6	3,4605	4,3390	4,8956	5,3049	5,6285	5,8953	6,1222	6,3192	6,4931
7	3,3439	4,1648	4,6812	5,0601	5,3591	5,6058	5,8154	5,9975	6,1581
8	3,2612	4,0410	4,5288	4,8858	5,1672	5,3991	5,5962	5,7673	5,9183
9	3,1991	3,9485	4,4149	4,7554	5,0235	5,2444	5,4319	5,5947	5,7384
10	3,1511	3,8768	4,3266	4,6543	4,9120	5,1242	5,3042	5,4605	5,5984
11	3,1127	3,8195	4,2561	4,5736	4,8229	5,0281	5,2021	5,3531	5,4863
12	3,0813	3,7728	4,1985	4,5076	4,7477	4,9469	5,1159	5,2625	5,3946
13	3,0553	3,7341	4,1509	4,4529	4,6897	4,8841	5,0490	5,1920	5,3181
14	3,0332	3,7014	4,1105	4,4066	4,6385	4,8290	4,9903	5,1300	5,2533
15	3,0143	3,6734	4,0760	4,3670	4,5947	4,7816	4,9399	5,0770	5,1979
16	2,9980	3,6491	4,0461	4,3327	4,5568	4,7406	4,8962	5,0310	5,1498
17	2,9837	3,6280	4,0200	4,3027	4,5237	4,7048	4,8580	4,9907	5,1077
18	2,9712	3,6093	3,9970	4,2763	4,4944	4,6731	4,8243	4,9552	5,0705
19	2,9600	3,5927	3,9766	4,2528	4,4685	4,6450	4,7944	4,9236	5,0375
20	2,9500	3,5779	3,9583	4,2319	4,4452	4,6199	4,7676	4,8954	5,0079
21	2,9410	3,5646	3,9419	4,2130	4,4244	4,5973	4,7435	4,8699	4,9813
22	2,9329	3,5526	3,9270	4,1959	4,4055	4,5769	4,7217	4,8469	4,9572
23	2,9255	3,5417	3,9136	4,1805	4,3883	4,5583	4,7019	4,8260	4,9353
24	2,9188	3,5317	3,9013	4,1663	4,3727	4,5413	4,6838	4,8069	4,9153
25	2,9126	3,5226	3,8900	4,1534	4,3583	4,5258	4,6672	4,7894	4,8969
26	2,9070	3,5142	3,8796	4,1415	4,3451	4,5115	4,6519	4,7733	4,8800
27	2,9017	3,5064	3,8701	4,1305	4,3329	4,4983	4,6378	4,7584	4,8645
28	2,8969	3,4992	3,8612	4,1203	4,3217	4,4861	4,6248	4,7446	4,8500
29	2,8924	3,4926	3,8530	4,1109	4,3112	4,4747	4,6127	4,7319	4,8366
30	2,8882	3,4865	3,8454	4,1021	4,3015	4,4642	4,6014	4,7199	4,8241
31	2,8843	3,4806	3,8383	4,0939	4,2924	4,4543	4,5909	4,7088	4,8125
32	2,8807	3,4752	3,8316	4,0862	4,2839	4,4451	4,5811	4,6984	4,8016
33	2,8773	3,4702	3,8254	4,0790	4,2759	4,4365	4,5718	4,6887	4,7914
34	2,8740	3,4654	3,8195	4,0723	4,2684	4,4284	4,5632	4,6795	4,7818
35	2,8710	3,4610	3,8140	4,0660	4,2614	4,4207	4,5550	4,6709	4,7728
36	2,8682	3,4568	3,8088	4,0600	4,2548	4,4136	4,5473	4,6628	4,7642
37	2,8655	3,4528	3,8039	4,0543	4,2485	4,4068	4,5401	4,6551	4,7562
38	2,8630	3,4490	3,7993	4,0490	4,2426	4,4003	4,5332	4,6479	4,7486
39	2,8605	3,4455	3,7949	4,0439	4,2370	4,3942	4,5267	4,6410	4,7414
40	2,8583	3,4421	3,7907	4,0391	4,2317	4,3885	4,5205	4,6345	4,7345
50	2,8406	3,4159	3,7584	4,0020	4,1904	4,3437	4,4727	4,5839	4,6814
60	2,8289	3,3987	3,7371	3,9774	4,1632	4,3142	4,4411	4,5504	4,6463
70	2,8207	3,3864	3,7220	3,9600	4,1438	4,2932	4,4186	4,5267	4,6214
80	2,8144	3,3773	3,7107	3,9470	4,1294	4,2775	4,4019	4,5089	4,6028
90	2,8096	3,3702	3,7020	3,9369	4,1182	4,2654	4,3889	4,4952	4,5883
100	2,8058	3,3646	3,6950	3,9289	4,1093	4,2557	4,3785	4,4842	4,5768

**Table des valeurs critiques (au seuil  $\alpha = 0,05$ ) pour la loi de Fisher-Snedecor**



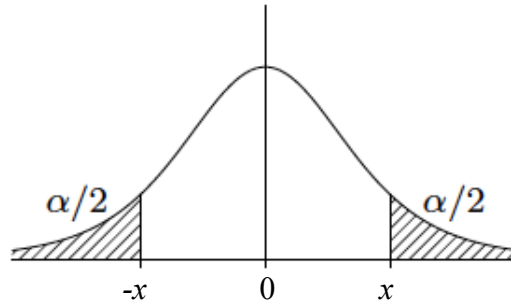
La table donne la valeur critique  $s$  en fonction des degrés de liberté :

$\nu_1$  = degré de liberté au numérateur

$\nu_2$  = degré de liberté au dénominateur

$\nu_2 \backslash \nu_1$	1	2	3	4	5	6	8	10	15	20	30
1	161	200	216	225	230	234	239	242	246	248	250
2	18,5	19,0	19,2	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5
3	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,85	8,79	8,70	8,66	8,62
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,96	5,86	5,80	5,75
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,74	4,62	4,56	4,50
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,06	3,94	3,87	3,81
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,64	3,51	3,44	3,38
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,35	3,22	3,15	3,08
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,14	3,01	2,94	2,86
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,98	2,85	2,77	2,70
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,85	2,72	2,65	2,57
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,75	2,62	2,54	2,47
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,77	2,67	2,53	2,46	2,38
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,60	2,46	2,39	2,31
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,54	2,40	2,33	2,25
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,49	2,35	2,28	2,19
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,45	2,31	2,23	2,15
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,41	2,27	2,19	2,11
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,38	2,23	2,16	2,07
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,35	2,20	2,12	2,04
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,30	2,15	2,07	1,98
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,25	2,11	2,03	1,94
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,22	2,07	1,99	1,90

## Table des valeurs critiques bilatérales pour la loi de Student



la table donne la valeur critique  $x$  en fonction du degré de liberté  $\nu$  et du seuil  $\alpha$

$\nu \backslash \alpha$	0,900	0,500	0,300	0,200	0,100	0,050	0,020	0,010	0,001
1	0,1584	1,0000	1,9626	3,0777	6,3138	12,7062	31,8205	63,6567	636,6193
2	0,1421	0,8165	1,3862	1,8856	2,9200	4,3027	6,9646	9,9248	31,5991
3	0,1366	0,7649	1,2498	1,6377	2,3534	3,1824	4,5407	5,8409	12,9240
4	0,1338	0,7407	1,1896	1,5332	2,1318	2,7764	3,7469	4,6041	8,6103
5	0,1322	0,7267	1,1558	1,4759	2,0150	2,5706	3,3649	4,0321	6,8688
6	0,1311	0,7176	1,1342	1,4398	1,9432	2,4469	3,1427	3,7074	5,9588
7	0,1303	0,7111	1,1192	1,4149	1,8946	2,3646	2,9980	3,4995	5,4079
8	0,1297	0,7064	1,1081	1,3968	1,8595	2,3060	2,8965	3,3554	5,0413
9	0,1293	0,7027	1,0997	1,3830	1,8331	2,2622	2,8214	3,2498	4,7809
10	0,1289	0,6998	1,0931	1,3722	1,8125	2,2281	2,7638	3,1693	4,5869
11	0,1286	0,6974	1,0877	1,3634	1,7959	2,2010	2,7181	3,1058	4,4370
12	0,1283	0,6955	1,0832	1,3562	1,7823	2,1788	2,6810	3,0545	4,3178
13	0,1281	0,6938	1,0795	1,3502	1,7709	2,1604	2,6503	3,0123	4,2208
14	0,1280	0,6924	1,0763	1,3450	1,7613	2,1448	2,6245	2,9768	4,1405
15	0,1278	0,6912	1,0735	1,3406	1,7531	2,1314	2,6025	2,9467	4,0728
16	0,1277	0,6901	1,0711	1,3368	1,7459	2,1199	2,5835	2,9208	4,0150
17	0,1276	0,6892	1,0690	1,3334	1,7396	2,1098	2,5669	2,8982	3,9651
18	0,1274	0,6884	1,0672	1,3304	1,7341	2,1009	2,5524	2,8784	3,9216
19	0,1274	0,6876	1,0655	1,3277	1,7291	2,0930	2,5395	2,8609	3,8834
20	0,1273	0,6870	1,0640	1,3253	1,7247	2,0860	2,5280	2,8453	3,8495
21	0,1272	0,6864	1,0627	1,3232	1,7207	2,0796	2,5176	2,8314	3,8193
22	0,1271	0,6858	1,0614	1,3212	1,7171	2,0739	2,5083	2,8188	3,7921
23	0,1271	0,6853	1,0603	1,3195	1,7139	2,0687	2,4999	2,8073	3,7676
24	0,1270	0,6848	1,0593	1,3178	1,7109	2,0639	2,4922	2,7969	3,7454
25	0,1269	0,6844	1,0584	1,3163	1,7081	2,0595	2,4851	2,7874	3,7251
26	0,1269	0,6840	1,0575	1,3150	1,7056	2,0555	2,4786	2,7787	3,7066
27	0,1268	0,6837	1,0567	1,3137	1,7033	2,0518	2,4727	2,7707	3,6896



Lundi 8 février 2016



Diplôme: *Licence Sciences*  
Spécialité: *Sciences du vivant*  
Parcours: *BMC et BCPO*  
Année: *2015/2016 second semestre*  
Session : *contrôle continu 1/3*  
Intitulé UE: *VI00FUST*  
Intitulé épreuve: *Statistique pour Biologistes L3 S6*  
Durée: *1h30*  
Enseignant référent: *R.Supper*  
code de l'épreuve : B (fiche de lecture optique)



**L'usage des téléphones portables est interdit pendant toute la durée de l'épreuve. Les appareils doivent impérativement être éteints pendant l'épreuve. Ils ne peuvent donc pas être utilisés comme chronomètre ou calculatrice. L'usage d'une calculatrice est limité à des appareils non programmables ne comportant ni écran graphique et ni caractères alphanumériques. Le prêt d'une calculatrice à un autre étudiant est strictement interdit.**

Epreuve sans documents.

Les tables sont fournies : voir en dernières pages de ce document.

Effectuez vos calculs avec une précision de 6 décimales, même si vous ne les reportez pas toutes sur la fiche de lecture optique

**EXERCICE no.1**      *Coefficient Binomial, Loi Binomiale*

Soit  $S$  une variable aléatoire qui suit la loi binomiale  $\mathcal{B}(8, \frac{1}{2})$ .

Question 1. Déterminer le coefficient binomial:  $C_8^4$  noté aussi  $\binom{8}{4}$

Question 2. Calculer  $P(S = 4)$

Sur la fiche de lecture optique, ne reportez que les 3 premières décimales.

Par exemple : si votre résultat est 0,234167 alors inscrivez 234 sur la fiche de lecture.

Si votre résultat est 0,234987 inscrivez aussi 234 sans faire d'arrondi

Question 3. Calculer  $P(S \leq 3)$

Sur la fiche de lecture optique, ne reportez que les 3 premières décimales, comme à la question 2.

**EXERCICE no.2**      *Test des Signes*

Pour étudier la toxicité de l'aluminium sur la croissance des racines des plantes, on mesure le potentiel (en mV) de la membrane plasmique des cellules à l'extrémité des racines. Ce potentiel chute rapidement quand la racine est mise en présence d'aluminium. Puis le potentiel se rétablit lentement après évacuation de l'aluminium par lavage. Le caractère étudié est la variable aléatoire  $X$  = variation du potentiel entre le début et la fin de l'expérience. Le retour à la normale correspond à la situation formulée dans l'hypothèse ( $H_0$ ) : la médiane de  $X$  est nulle.

Des mesures ont été effectuées sur un échantillon de  $n = 14$  racines. La colonne I enregistre le potentiel avant exposition à l'aluminium. La colonne II consigne le potentiel 10 minutes après élimination de l'aluminium. Les valeurs observées du caractère  $X$  sont obtenues en colonne III (différence II – I).

Certaines valeurs ont été perdues, on sait néanmoins que  $x_2 < 0$  et que  $x_{12} > 0$ .

Il n'y pas d'ex-aequo parmi les  $x_i$  ni parmi les  $|x_i|$ .

Les rangs des  $x_i$  ont été obtenus en classant les  $x_i$  par ordre croissant. De même pour les  $|x_i|$ .

	I	II	III	IV	V
racine no. $i$	potentiel <u>avant</u> exposition à l'aluminium	potentiel <u>après</u> élimination de l'aluminium	variation $x_i$ du potentiel	rangs des $x_i$	rangs des $ x_i $
1	97,1	97,8	0,7	11	5
2	???	95,2	- ???	5	???
3	100,8	97,9	-2,9	1	14
4	96,9	97,0	0,1	7	1
5	98,1	97,3	-0,8	6	6
6	96,2	96,5	0,3	9	3
7	100,0	97,5	-2,5	2	???
8	97,1	97,3	0,2	8	2
9	99,4	97,6	-1,8	3	11
10	98,0	99,4	1,4	12	9
11	97,0	97,4	0,4	10	4
12	96,3	???	+ ???	13	10
13	98,8	97,7	-1,1	4	8
14	95,7	98,4	2,7	14	13



A partir des colonnes I et II, MINITAB a calculé les différences deux à deux, pour lesquelles il fournit ci-dessous quelques statistiques descriptives.

De même pour les moyennes deux à deux calculées à partir de la colonne III.

### Statistiques descriptives : moyennes 2 à 2

Variable	Moyenne	EcTyp	Variance	Somme	Minimum	Médiane	Maximum
moyennes 2 à 2	-0,193	1,115	1,243	-20,250	-2,900	-0,200	2,700

### Statistiques descriptives : différences 2 à 2

Variable	Moyenne	EcTyp	Variance	Somme	Minimum	Médiane	Maximum
diff 2 à 2	-0,193	1,763	3,109	-37,800	-5,600	0,200	3,700

On vous fournit également quelques valeurs de  $P(S \leq k)$ , où  $S$  est une variable aléatoire de loi binomiale  $\mathcal{B}(N, \frac{1}{2})$ , pour différents entiers  $k$  et  $N$ :

	$N = 12$	$N = 13$	$N = 14$
$k = 0$	0,000244	0,000122	0,0000610
$k = 1$	0,003174	0,001709	0,0009155
$k = 2$	0,019287	0,011230	0,0064697
$k = 3$	0,072998	0,046143	0,0286865
$k = 4$	0,193848	0,133423	0,0897827
$k = 5$	0,387207	0,290527	0,211975
$k = 6$	0,612793	0,500000	0,395264

Question 4. On note  $s$  la valeur observée pour la statistique du test des signes.

On souhaite pratiquer le test des signes au seuil 10 %. On veut déterminer l'intervalle  $I$  tel que:

si  $s \notin I$ , alors on rejette ( $H_0$ )

si  $s \in I$ , alors on considère ( $H_0$ ) vraie

Cet intervalle s'écrit sous la forme d'un intervalle fermé  $I = [a, b]$ . Que vaut l'entier  $a$  ?

Question 5. Que vaut l'entier  $b$  ?

Question 6. Dans l'affichage MINITAB ci-dessous, les valeurs de  $s$ ,  $p$  et  $m$  ont été effacées. On rappelle que  $p$  désigne la P-valeur de l'échantillon.

### Test du signe pour la médiane : variation de potentiel

Test du signe de la médiane = 0,00000 contre test différent de 0,00000

	N	Au-dessous	Egal	Au-dessus	P	Médiane
variation	?	??	??	$s = ?$	$p = ?$	$m = ?$

Que vaut  $s$  ?

Question 7. Que vaut  $m$  ?

Sur la fiche de lecture optique, reportez la valeur de la somme  $1+m$ , multipliée ensuite par 100.

Question 8. Que vaut  $p$  ?

Sur la fiche de lecture optique, ne reportez que les 3 premières décimales, comme à la question 2.

Question 9. Pour formuler la décision du test, choisissez parmi les phrases ci-dessous:

- |  |  |
|--|--|
| 1) on accepte (H0) car $p > \frac{1}{2}$ | 7) on accepte (H0) car $p > 0,05$                  |
| 2) on accepte (H0) car $p < 0,95$        | 8) on rejette (H0) car $m$ est supérieure au seuil |
| 3) on rejette (H0) car $p > 0,05$        | 9) on rejette (H0) car $p < 0,95$                  |
| 4) on accepte (H0) car $p > 0,1$         | 10) on rejette (H0) car $p < 0,90$                 |
| 5) on rejette (H0) car $p > 0,1$         | 11) on accepte (H0) car $p < 0,90$                 |
| 6) on accepte (H0) car $m < p$           | 12) aucune des phrases précédentes ne convient.    |

Question 10. Pour évoquer le risque d'erreur dans cette prise de décision, choisissez parmi les phrases ci-dessous:

- 1) on accepte (H0) avec un risque d'erreur de 10%
- 2) on rejette (H0) avec un risque de première espèce
- 3) on court un risque d'erreur de 10% car  $s \in I$  et cet intervalle  $I$  a été construit pour un seuil de 10%
- 4) on rejette (H0) avec un risque de deuxième espèce
- 5) le risque d'erreur est égal à  $p$
- 6) on accepte (H0) avec un risque de première espèce
- 7) le risque d'erreur est égal à  $m$
- 8) on accepte (H0) avec un risque de deuxième espèce
- 9) on rejette (H0) avec un risque d'erreur de 10%
- 10) aucune des phrases ci-dessus ne convient.

### **EXERCICE no.3      *Test des Rangs Signés de Wilcoxon***

On reprend intégralement les données de l'exercice précédent.

Question 11. La statistique du test de Wilcoxon est une variable aléatoire notée  $W$  qui peut prendre diverses valeurs, selon les échantillons considérés. Parmi toutes ces valeurs possibles, quelle est la valeur maximale?

Question 12. On note  $w$  la valeur observée pour la statistique du test de Wilcoxon.

On souhaite pratiquer le test de Wilcoxon au seuil 5%. On veut déterminer l'intervalle  $J$  tel que:

si  $w \notin J$ , alors on rejette (H0)

si  $w \in J$ , alors on considère (H0) vraie

Cet intervalle s'écrit sous la forme d'un intervalle ouvert  $J = ]c, d[$ . Que vaut l'entier  $c$  ?

Question 13. Que vaut l'entier  $d$  ?

Question 14. Au niveau de l'échantillon particulier sur lequel porte notre expérience, il manque dans la dernière colonne le rang associé à  $|x_2|$ . Quel est ce rang ?

Question 15. A partir des données de l'exercice précédent, MINITAB fournit l'affichage ci-dessous, dans lequel les valeurs de  $w$ ,  $p$  et  $e$  ont été effacées.

**Test des rangs signés de Wilcoxon : variation de potentiel**

Test de médiane = 0,000000 contre médiane différente de 0,000000

	N pour	Statistique		Médiane
	test	de Wilcoxon	P	estimée
variation	?	$w = ?$	$p = ?$	$e = ?$

Que vaut  $w$  ?

Question 16. Que vaut  $e$  ?

Sur la fiche de lecture optique, reportez la valeur de la somme  $1+e$ , multipliée ensuite par 100.

Question 17. Que vaut  $p$  ?

Sur la fiche de lecture optique, ne reportez que les 3 premières décimales, comme à la question 2.

Question 18. Parmi les formules ci-dessous, déterminer laquelle représente la  $P$ -valeur associée à notre expérience :

- 1)  $2 P(W > w)$
- 2)  $P(W > w)$
- 3)  $2 P(W \geq w)$
- 4)  $P(W \geq w)$
- 5)  $2 P(W < w)$
- 6)  $P(W < w)$
- 7)  $P(W \leq w)$
- 8)  $2 P(W \leq w)$
- 9)  $P(-w \leq W \leq w)$
- 10) aucune des formules ci-dessus ne convient.

Question 19. Pour formuler la décision du test, choisissez parmi les phrases ci-dessous:

- 1) on accepte ( $H_0$ ) car  $p < 0,95$
- 2) on rejette ( $H_0$ ) car  $p < 0,95$
- 3) on accepte ( $H_0$ ) car  $|e| < p$
- 4) on accepte ( $H_0$ ) car  $p > 0,05$
- 5) on rejette ( $H_0$ ) car  $p > 0,05$
- 6) on rejette ( $H_0$ ) autrement dit: le potentiel est revenu à peu près à son état initial
- 7) il y a une modification significative du potentiel car  $p > \frac{1}{2}$
- 8) on accepte ( $H_0$ ), c'est-à-dire: le potentiel n'est pas revenu à son état initial
- 9) le potentiel a significativement diminué car  $e < 0$
- 10) aucune des affirmations ci-dessus ne convient

**EXERCICE no.4**      *Analyse de la Variance*

En météorologie, on appelle *albedo* d'un nuage le quotient de la quantité de lumière réfléchie vers l'espace par rapport à la quantité de lumière reçue du soleil:

$$\text{albedo} = \text{énergie réfléchie} / \text{énergie incidente}$$

L'albédo est donc un nombre compris entre 0 et 1. C'est un pourcentage. Pour simplifier la présentation des résultats dans le tableau suivant, on a multiplié l'albédo par cent. L'albédo des nuages est variable et dépend entre autres de l'épaisseur du nuage. L'épaisseur des nuages est mesurée en pieds (pour information: 1 pied = 30,48 cm)

Sur 15 nuages de 3 épaisseurs différentes (5 nuages pour chaque épaisseur), on a mesuré les valeurs prises par le caractère:  $Y = 100 \cdot \text{albedo}$ . Les valeurs mesurées  $y_{ij}$  sont rassemblées dans le tableau ci-dessous ( $1 \leq i \leq I$ ,  $1 \leq j \leq J$ ) avec  $I = 3$ ,  $J = 5$ ,  $n = 15$ .

Certaines de ces valeurs ont été perdues

<i>Épaisseur 400 pieds</i>	<i>Épaisseur 700 pieds</i>	<i>Épaisseur 1000 pieds</i>
16	41	60
20	45	64
30	51	???
34	54	???
39	57	75

*Journal of Meteorology*, Volume 6, Issue 2 (April 1949), 98-104, article de: M.Neiburger.

Question 20. Le tableau d'analyse de la variance copié ci-dessous est incomplet.

	Variation	Degré de liberté	Variance	
Factorielle	$SC_F = ??$	$dln = 2$	$s_F^2 = 2084,066666$	$f = 35,363122$
Résiduelle	$SC_R = ??$	$dld = 12$	$s_R^2 = ??$	

Retrouvez la valeur de la variance résiduelle.

*Sur la fiche de lecture optique, ne reportez que la partie entière, laissez tomber les décimales.*

*Par exemple : si votre résultat est 234,167 alors inscrivez 234 sur la fiche de lecture.*

*Si votre résultat est 234,987 inscrivez aussi 234 sans faire d'arrondi*

Question 21. Que vaut la variation résiduelle ?

*Sur la fiche de lecture optique, ne reportez que la partie entière, comme à la question 20.*

Question 22. Pour un test ANOVA au seuil 5%, quelle est la valeur critique  $c$  correspondante?

*Multipliez  $c$  par 100 avant de la reporter sur la fiche de lecture optique.*

**Question 23.** Pour quelle raison peut-on conclure qu'il y a une différence significative d'albedo entre ces trois catégories de nuages ? choisir parmi les justifications ci-dessous:

- 1) car  $s_F^2 > s_R^2$                       4) car  $f > c$                       7) car  $f < s_R^2$   
 2) car  $s_F^2 > f$                       5) car  $c < s_R^2$                       8) car  $SC_R < s_F^2$   
 3) car  $s_F^2$  et  $s_R^2$  sont  $> c$                       6) car  $s_F^2 > c$                       9) car  $f < SC_R$   
 10) aucune des affirmations ci-dessus ne convient.

**EXERCICE no.5**                      **Test de Mann-Whitney**

On étudie l'influence de la luminosité nocturne sur les interactions proie / prédateur entre la souris sylvestre (*Peromyscus maniculatus*) et le hibou des marais (*Asio Flammeus*). Par nuit de pleine lune, celui-ci repère et attrape plus facilement ses proies. On cherche à savoir si les souris adaptent leur comportement à ce risque accru, par exemple en limitant leurs déplacements pour mieux rester à l'abri.

L'indice d'activité  $X$  d'une souris est calculé à partir de la surface parcourue par celle-ci en une nuit. Il a été mesuré sur 13 souris alors que la lune était à son premier quartier et sur 12 souris en période de pleine lune. Certaines valeurs ont été perdues, on sait néanmoins qu'il n'y pas d'ex-aequo parmi les  $x_i$ .

échantillon en période de *premier quartier* (effectif  $n_1 = 13$ )

souris no. $i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Indice d'activité $x_i$	???	???	???	???	114	127	130	134	139	143	165	186	200
Rangs des $x_i$	???	???	???	???	14	17	18	19	20	21	23	24	25

échantillon en période de *pleine lune* (effectif  $n_2 = 12$ )

souris no. $i$	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Indice d'activité $x_i$	38	40	45	54	61	67	73	82	98	115	124	145
Rangs des $x_i$	1	2	3	4	5	6	8	9	11	15	16	22

*Behavioral Ecology and Sociobiology* 1983 (13) 205-209, article de : Jennifer A. Clarke

**Question 24.** La statistique du test de Mann-Whitney est une variable aléatoire  $U$  dont la valeur observée est notée  $u$ . On s'apprête à pratiquer le test de Mann-Whitney au seuil 5%, pour tester l'hypothèse ( $H_0$ ) : le caractère  $X$  suit la même loi par pleine lune qu'au premier quartier. On recherche un intervalle  $I$  tel que:

- si  $u \notin I$ , alors on rejette ( $H_0$ )
- si  $u \in I$ , alors on considère ( $H_0$ ) vraie

Il sera noté sous forme d'un intervalle fermé  $I = [ q , s ]$ , avec  $q$  et  $s$  des valeurs possibles pour  $U$ . Déterminer  $q$ .

Question 25. Déterminer  $s$ .

Question 26. Quatre autres variables aléatoires  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $U_1$  et  $U_2$  interviennent dans le test de Mann-Whitney. On fournit en indication:  $U_1 = R_2 - n_2(1 + n_2)/2$  (formule admise).

En général, pour deux échantillons quelconques de tailles  $n_1 = 13$  et  $n_2 = 12$ , donnez la valeur minimale parmi toutes les valeurs possibles pour  $R_1$ .

Question 27. En général, pour deux échantillons quelconques de tailles  $n_1 = 13$  et  $n_2 = 12$ , que vaut la somme  $R_1 + R_2$  ?

Question 28. En général, pour deux échantillons quelconques de tailles  $n_1 = 13$  et  $n_2 = 12$ , donnez la valeur maximale parmi toutes les valeurs possibles pour  $R_2$ .

Question 29. En particulier, sur les deux échantillons ci-dessus, on observe que ces variables aléatoires  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $U_1$  et  $U_2$  prennent comme valeurs respectives:  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $u_1$  et  $u_2$ .

Calculer  $r_2$

Question 30. Calculer  $u_1$

Question 31. Calculer  $u_2$ . Déterminer ensuite  $u$ .

*Sur la fiche de lecture optique, reportez uniquement la valeur de  $u$ .*

## Test de Wilcoxon

Soit  $W_N^+$  la statistique du test de Wilcoxon sur les échantillons sans ex-aequo de taille  $N$ .

Pour différents entiers  $N$  et différents seuils  $\alpha$ , on vous fournit le plus grand entier  $k$  tel que :

$$P(W_N^+ \leq k) \leq \alpha / 2$$

$N$	$\alpha = 0,10$	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,02$	$\alpha = 0,01$	$\alpha = 0,001$
11	13	10	7	5	0
12	17	13	9	7	1
13	21	17	12	9	2
14	25	21	15	12	4
15	30	25	19	15	6
16	35	29	23	19	8
17	41	34	27	23	11
18	47	40	32	27	14
19	53	46	37	32	18
20	60	52	43	37	21

Pour différents entiers  $k$  et  $N$ , on vous fournit quelques valeurs de  $P(W_N^+ \leq k)$  :

$N$	$k = 18$	$k = 19$	$k = 20$	$k = 21$	$k = 22$	$k = 23$	$k = 24$	$k = 25$	$k = 26$	$k = 27$	$k = 28$
13	0,0287	0,0341	0,0402	0,0471	0,0549	0,0636	0,0732	0,0839	0,0955	0,1082	0,1219
14	0,0148	0,0176	0,0209	0,0247	0,0290	0,0338	0,0392	0,0453	0,0520	0,0594	0,0676

$N$	$k = 29$	$k = 30$	$k = 31$	$k = 32$	$k = 33$	$k = 34$	$k = 35$	$k = 36$	$k = 37$	$k = 38$	$k = 39$
13	0,1367	0,1527	0,1698	0,1879	0,2072	0,2274	0,2487	0,2709	0,2939	0,3177	0,3424
14	0,0765	0,0863	0,0969	0,1083	0,1206	0,1338	0,1479	0,1629	0,1788	0,1955	0,2131

$N$	$k = 40$	$k = 41$	$k = 42$	$k = 43$	$k = 44$	$k = 45$	$k = 46$	$k = 47$	$k = 48$	$k = 49$	$k = 50$
13	0,3677	0,3934	0,4107	0,4463	0,4730	0,5000	0,5270	0,5537	0,5803	0,6066	0,6323
14	0,2316	0,2508	0,2708	0,2919	0,3129	0,3349	0,3574	0,3804	0,4039	0,4276	0,4516





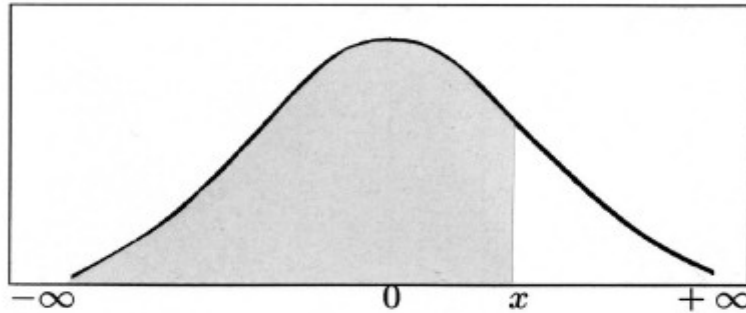
Table des valeurs critiques (au seuil 0,05) pour la loi de Fisher

		<i>degré de liberté du numérateur</i>																			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	20	30	40	50	
<i>degré de liberté du dénominateur</i>	1	161	199	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244	245	245	246	248	250	251	252	
	2	18,5	19,0	19,2	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5	19,5
	3	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,76	8,74	8,73	8,71	8,70	8,66	8,62	8,59	8,58	
	4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,94	5,91	5,89	5,87	5,86	5,80	5,75	5,72	5,70	
	5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,70	4,68	4,66	4,64	4,62	4,56	4,50	4,46	4,44	
	6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,03	4,00	3,98	3,96	3,94	3,87	3,81	3,77	3,75	
	7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,60	3,57	3,55	3,53	3,51	3,44	3,38	3,34	3,32	
	8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,31	3,28	3,26	3,24	3,22	3,15	3,08	3,04	3,02	
	9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,10	3,07	3,05	3,03	3,01	2,94	2,86	2,83	2,80	
	10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,94	2,91	2,89	2,86	2,85	2,77	2,70	2,66	2,64	
	11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,82	2,79	2,76	2,74	2,72	2,65	2,57	2,53	2,51	
	12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,72	2,69	2,66	2,64	2,62	2,54	2,47	2,43	2,40	
	13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,63	2,60	2,58	2,55	2,53	2,46	2,38	2,34	2,31	
	14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,57	2,53	2,51	2,48	2,46	2,39	2,31	2,27	2,24	
	15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,51	2,48	2,45	2,42	2,40	2,33	2,25	2,20	2,18	
	16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,46	2,42	2,40	2,37	2,35	2,28	2,19	2,15	2,12	
	17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,41	2,38	2,35	2,33	2,31	2,23	2,15	2,10	2,08	
	18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,37	2,34	2,31	2,29	2,27	2,19	2,11	2,06	2,04	
	19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,34	2,31	2,28	2,26	2,23	2,16	2,07	2,03	2,00	
	20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,31	2,28	2,25	2,22	2,20	2,12	2,04	1,99	1,97	
	21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,28	2,25	2,22	2,20	2,18	2,10	2,01	1,96	1,94	
	22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30	2,26	2,23	2,20	2,17	2,15	2,07	1,98	1,94	1,91	
	23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,24	2,20	2,18	2,15	2,13	2,05	1,96	1,91	1,88	
	24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25	2,22	2,18	2,15	2,13	2,11	2,03	1,94	1,89	1,86	
	25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24	2,20	2,16	2,14	2,11	2,09	2,01	1,92	1,87	1,84	
	26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,18	2,15	2,12	2,09	2,07	1,99	1,90	1,85	1,82	
	27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,20	2,17	2,13	2,10	2,08	2,06	1,97	1,88	1,84	1,81	
	28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19	2,15	2,12	2,09	2,06	2,04	1,96	1,87	1,82	1,79	
	29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18	2,14	2,10	2,08	2,05	2,03	1,94	1,85	1,81	1,77	
	30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,13	2,09	2,06	2,04	2,01	1,93	1,84	1,79	1,76	
	31	4,16	3,30	2,91	2,68	2,52	2,41	2,32	2,25	2,20	2,15	2,11	2,08	2,05	2,03	2,00	1,92	1,83	1,78	1,75	
	32	4,15	3,29	2,90	2,67	2,51	2,40	2,31	2,24	2,19	2,14	2,10	2,07	2,04	2,01	1,99	1,91	1,82	1,77	1,74	
	33	4,14	3,28	2,89	2,66	2,50	2,39	2,30	2,23	2,18	2,13	2,09	2,06	2,03	2,00	1,98	1,90	1,81	1,76	1,72	
	34	4,13	3,28	2,88	2,65	2,49	2,38	2,29	2,23	2,17	2,12	2,08	2,05	2,02	1,99	1,97	1,89	1,80	1,75	1,71	
	35	4,12	3,27	2,87	2,64	2,49	2,37	2,29	2,22	2,16	2,11	2,07	2,04	2,01	1,99	1,96	1,88	1,79	1,74	1,70	



La fonction de répartition  $F$  d'une variable aléatoire  $Z$  de loi normale centrée réduite  $\mathcal{N}(0, 1)$  est définie par:  $F(x) = P(Z \leq x)$  pour tout réel  $x$ .

Le nombre  $F(x)$  peut être interprété comme la surface grisée:



La table ci-dessous fournit des valeurs de  $F(x)$  :

$x$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500 0	0,504 0	0,508 0	0,512 0	0,516 0	0,519 9	0,523 9	0,527 9	0,531 9	0,535 9
0,1	0,539 8	0,543 8	0,547 8	0,551 7	0,555 7	0,559 6	0,563 6	0,567 5	0,571 4	0,575 3
0,2	0,579 3	0,583 2	0,587 1	0,591 0	0,594 8	0,598 7	0,602 6	0,606 4	0,610 3	0,614 1
0,3	0,617 9	0,621 7	0,625 5	0,629 3	0,633 1	0,636 8	0,640 6	0,644 3	0,648 0	0,651 7
0,4	0,655 4	0,659 1	0,662 8	0,666 4	0,670 0	0,673 6	0,677 2	0,680 8	0,684 4	0,687 9
0,5	0,691 5	0,695 0	0,698 5	0,701 9	0,705 4	0,708 8	0,712 3	0,715 7	0,719 0	0,722 4
0,6	0,725 7	0,729 1	0,732 4	0,735 7	0,738 9	0,742 2	0,745 4	0,748 6	0,751 7	0,754 9
0,7	0,758 0	0,761 1	0,764 2	0,767 3	0,770 4	0,773 4	0,776 4	0,779 4	0,782 3	0,785 2
0,8	0,788 1	0,791 0	0,793 9	0,796 7	0,799 5	0,802 3	0,805 1	0,807 8	0,810 6	0,813 3
0,9	0,815 9	0,818 6	0,821 2	0,823 8	0,826 4	0,828 9	0,831 5	0,834 0	0,836 5	0,838 9
1,0	0,841 3	0,843 8	0,846 1	0,848 5	0,850 8	0,853 1	0,855 4	0,857 7	0,859 9	0,862 1
1,1	0,864 3	0,866 5	0,868 6	0,870 8	0,872 9	0,874 9	0,877 0	0,879 0	0,881 0	0,883 0
1,2	0,884 9	0,886 9	0,888 8	0,890 7	0,892 5	0,894 4	0,896 2	0,898 0	0,899 7	0,901 5
1,3	0,903 2	0,904 9	0,906 6	0,908 2	0,909 9	0,911 5	0,913 1	0,914 7	0,916 2	0,917 7
1,4	0,919 2	0,920 7	0,922 2	0,923 6	0,925 1	0,926 5	0,927 9	0,929 2	0,930 6	0,931 9
1,5	0,933 2	0,934 5	0,935 7	0,937 0	0,938 2	0,939 4	0,940 6	0,941 8	0,942 9	0,944 1
1,6	0,945 2	0,946 3	0,947 4	0,948 4	0,949 5	0,950 5	0,951 5	0,952 5	0,953 5	0,954 5
1,7	0,955 4	0,956 4	0,957 3	0,958 2	0,959 1	0,959 9	0,960 8	0,961 6	0,962 5	0,963 3
1,8	0,964 1	0,964 9	0,965 6	0,966 4	0,967 1	0,967 8	0,968 6	0,969 3	0,969 9	0,970 6
1,9	0,971 3	0,971 9	0,972 6	0,973 2	0,973 8	0,974 4	0,975 0	0,975 6	0,976 1	0,976 7
2,0	0,977 2	0,977 8	0,978 3	0,978 8	0,979 3	0,979 8	0,980 3	0,980 8	0,981 2	0,981 7
2,1	0,982 1	0,982 6	0,983 0	0,983 4	0,983 8	0,984 2	0,984 6	0,985 0	0,985 4	0,985 7
2,2	0,986 1	0,986 4	0,986 8	0,987 1	0,987 5	0,987 8	0,988 1	0,988 4	0,988 7	0,989 0
2,3	0,989 3	0,989 6	0,989 8	0,990 1	0,990 4	0,990 6	0,990 9	0,991 1	0,991 3	0,991 6
2,4	0,991 8	0,992 0	0,992 2	0,992 5	0,992 7	0,992 9	0,993 1	0,993 2	0,993 4	0,993 6
2,5	0,993 8	0,994 0	0,994 1	0,994 3	0,994 5	0,994 6	0,994 8	0,994 9	0,995 1	0,995 2
2,6	0,995 3	0,995 5	0,995 6	0,995 7	0,995 9	0,996 0	0,996 1	0,996 2	0,996 3	0,996 4
2,7	0,996 5	0,996 6	0,996 7	0,996 8	0,996 9	0,997 0	0,997 1	0,997 2	0,997 3	0,997 4
2,8	0,997 4	0,997 5	0,997 6	0,997 7	0,997 7	0,997 8	0,997 9	0,997 9	0,998 0	0,998 1
2,9	0,998 1	0,998 2	0,998 2	0,998 3	0,998 4	0,998 4	0,998 5	0,998 5	0,998 6	0,998 6

### Valeur critique pour le test de Mann-Whitney

Test bilatéral pour  $\alpha = 5\%$ .

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	*	*	*	*	*	*	0	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	2
3		*	*	0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8
4			0	1	2	3	4	4	5	6	7	8	9	10	11	11	12	13	14
5				2	3	5	6	7	8	9	11	12	13	14	15	17	18	19	20
6					5	6	8	10	11	13	14	16	17	19	21	22	24	25	27
7						8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34
8							13	15	17	19	22	24	26	29	31	34	36	38	41
9								17	20	23	26	28	31	34	37	39	42	45	48
10									23	26	29	33	36	39	42	45	48	52	55
11										30	33	37	40	44	47	51	55	58	62
12											37	41	45	49	53	57	61	65	69
13												45	50	54	59	63	67	72	76
14													55	59	64	69	74	78	83
15														64	70	75	80	85	90
16															75	81	86	92	98
17																87	93	99	105
18																	99	106	112
19																		113	119
20																			127

Une \* indique que le test ne peut être significatif au niveau  $\alpha = 5\%$ .

### Test de Wilcoxon pour $\alpha = 5\%$

La table donne le plus grand nombre entier  $w_\alpha$  tel que

$$\mathbb{P}_{(y_{(0)})} [W_n^+ \leq w_\alpha] \leq \alpha/2.$$

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$w_\alpha$	*	*	*	*	*	0	2	3	5	8	10	13	17	21	25

Une \* indique que le test ne peut être significatif au niveau  $\alpha = 5\%$ .

		sujet code B	sujet code F	sujet code L	sujet code S
Exercice 1	Question 1	70	56	56	70
	question 2	273	218	363	636
	question 3	363	636	273	273
Exercice 2	Question 4	4	3	4	3
	question 5	10	11	9	10
	question 6	8	6	5	8
	question 7	115	790	20	581
	question 8	790	15	581	120
	question 9	4	1	7	5
	question 10	8	6	4	9
	Question 11	105	105	91	91
	question 12	21	22	17	18
	question 13	84	83	74	73
Exercice 3	question 14	7	10	7	11
	question 15	47	24	20	37
	question 16	80	20	30	60
	question 17	760	78	80	587
	question 18	8	3	4	7
	question 19	4	3	5	1

		code B	code F	code L	code S
Exercice 4	Question 20	58	72	55	72
	question 21	707	873	671	869
	question 22	389	389	389	389
	question 23	4	6	9	7
Exercice 5	Question 24	42	78	78	42
	question 25	78	42	42	78
	question 26	91	78	78	91
	question 27	325	325	325	325
	question 28	234	247	247	234
	question 29	102	103	104	104
	question 30	24	25	26	26
	question 31	24	25	26	26



		Réponse	
Exercice 1	Question 1	868	
	Question 2	423	
	Question 3	31	
	Question 4	91	
Exercice 2	Question 5	7	
	Question 6	130	
	Question 7	70	
	Question 8	54	
	Question 9	223	
	Question 10	6	
Exercice 3	Question 11	598	
	Question 12	97	
	Question 13	100	
	Question 14	993	
	Question 15	0	
	Question 16	625	

		Réponse
Exercice 3	Question 17	116
	Question 18	24
	Question 19	188
	Question 20	62
	Question 21	329
	Question 22	137
	Question 23	45
	Question 24	36
	Question 25	0
	Question 26	232
Exercice 4	Question 27	0
	Question 28	390
	Question 29	35
	Question 30	8
	Question 31	6