

Licence de Sciences, deuxième année.
Mention Sciences de la Vie.
Introduction à la Statistique : 4ème épreuve. Durée : 1h.
Responsable : M. Gutnic

.....

Avertissement : La copie est constituée d'une feuille spéciale à lecture optique dans l'infrarouge. Elle doit être remplie au *crayon à papier*. Les erreurs doivent être rectifiées par les examinateurs à la fin de l'épreuve à l'aide d'un correcteur. Ne pas utiliser de correcteur liquide.

Le numéro d'anonymat commençant par la lettre **A** sera inscrit dans les deux cadres prévus à cet effet ; on ne cochera qu'un seul chiffre dans chacun des champs c1 à c6.

Le sujet est un questionnaire à choix multiples. Après chaque question, plusieurs réponses vous sont proposées parmi lesquelles au moins une est exacte. Il vous appartient de cocher le code lettre correspondant aux réponses que vous jugez exactes, **sur le verso de la copie** qui vous a été remise. Toute réponse fautive donnera lieu à l'attribution de *points négatifs*.

Les calculatrices, les notes manuscrites et les documents photocopiés distribués durant le semestre sont *autorisés*. En cas de besoin, des tables pourront vous être fournies. **Les téléphones portables sont interdits**.

Si un arrondi de la réponse numérique à une question est égal à une réponse proposée, cette réponse est considérée comme exacte.

Tous les tests seront effectués au seuil $\alpha = 5\%$.

.....

Exercice 1 Résistance à la fatigue

On a testé la résistance à la fatigue d'appareils mécaniques construits à la chaîne. Les 15 mesures fournies dans le tableau ci-dessous sont le résultat du calcul d'un nombre de cycles moyen d'efforts auxquels ont été soumis les appareils avant rupture. Les valeurs sont données dans l'ordre croissant :

Nombre de cycles moyen x_i	31,25	39	62,5	89	115	125	140	225,75	260	260	342,5	400
------------------------------	-------	----	------	----	-----	-----	-----	--------	-----	-----	-------	-----

On cherche à déterminer si ces observations sont distribuées selon une loi normale ou non. Le rapport de projet Minitab® présente une partie des résultats intermédiaires nécessaires à la réalisation du test de normalité que nous souhaitons effectuer ici.

.....

Qa 1 Comment s'appelle le test de normalité appris en cours pour répondre à cette question ?

- a) Anderson-Darling. b) Kolmogorov-Smirnov. c) Ryan-Joyner.
 d) Shapiro-Francia. e) aucune des réponses précédentes.

Qa 2 Quel est le test équivalent réalisé avec Minitab® pour répondre à cette question ?

- a) Anderson-Darling. b) Kolmogorov-Smirnov. c) Ryan-Joyner.
 d) Shapiro-Francia. e) aucune des réponses précédentes.

Qa 3 Que représentent les nombres dans la colonne **C2** ?

- a) Les indices. b) Les effectifs. c) Les effectifs cumulés. d) Les rangs.
 e) Les fréquences. f) Les fréquences cumulées. g) Les fréquences cumulées.
 h) Les fréquences cumulées corrigées. i) Aucune des réponses précédentes.

Qa 4 Que vaut « i_9 » dans la colonne **C2** ?

- a) 8. b) 8,5. c) 9. **d) 9,5.** e) 10. f) 10,5. g) 11.
h) Aucune des réponses précédentes.

Qa 5 Que représentent les nombres dans la colonne **C3** ?

- a) Les indices. b) Les effectifs. c) Les effectifs cumulés. d) Les rangs.
e) Les fréquences. f) Les fréquences cumulées. g) Les fréquences cumulées.
h) Les fréquences cumulées corrigées. i) Aucune des réponses précédentes.

Qa 6 Que vaut « F_8 » dans la colonne **C3** ?

- a) 0,459.** b) 0,469. c) 0,479. d) 0,490. e) 0,5. f) 0,511. g) 0,520.
h) Aucune des réponses précédentes.

Qa 7 Que vaut « z_9 » dans la colonne **z₁** ?

- a) Entre 0,31 et 0,32. b) Entre 0,53 et 0,54. **c) Entre 0,65 et 0,66.**
d) Entre 0,79 et 0,80. e) Entre 1,11 et 1,12. f) Aucune des réponses précédentes.

Qa 8 Comment s'appellent le graphique et la droite représentée sur celui-ci dans le rapport ?

- a) de Fisher. b) de Gosset. **c) de Henry.** d) de normalité. e) de Pearson.
f) Aucune des réponses précédentes.

Qa 9 Sur ce graphique, parmi les 3 points représentés par une *, lequel est exact ?

- a) Point a. **b) Point b.** c) Point c. d) Aucune des réponses précédentes.

Qa 10 En utilisant les résultats présentés dans le rapport de projet, calculer la réalisation r_{obs} du coefficient de corrélation linéaire, statistique du test de normalité. Pour cette question, cocher les 2 cases numériques correspondantes aux deux premiers chiffres significatifs après la virgule du résultat obtenu pour r_{obs} (ex. : si $r_{obs} = 0,12$, cocher les cases 1 et 2).

Qa 11 Quelle est la valeur critique r_α pour ce test de normalité ?

- a) 0,8889. b) 0,8917. c) 0,9224. **d) 0,9261.** e) 0,9371. f) 0,9409.
g) Aucune des réponses précédentes.

Qa 12 On déduit de ces résultats et des résultats présentés dans le rapport que :

- a) Le nombre de cycles moyen d'efforts suit une loi normale.**
b) Le nombre de cycles moyen d'efforts ne suit pas une loi normale.
c) Aucune des réponses précédentes.

.....

Exercice 2 Bandits manchots

Dans un casino de bord de mer, les machines à sous encore appelées « bandits manchots » sont utilisées par de très nombreux clients lors de la pleine saison. La direction a constaté que sur un mois, le nombre de clients a été à peu près équivalent sur chacune des machines (environ 6000 personnes) à l'exception de deux d'entre elles (7000 sur une des machines qu'on appellera « M_1 » et 5000 sur l'autre appelée « M_2 »).

En théorie, les machines qui fonctionnent avec des jetons d'une valeur de 2€ offrent un certain nombre de combinaisons différentes de telle sorte que lorsqu'elle est bien réglée, les gains se répartissent avec les probabilités données dans le tableau suivant.

Gains pour le joueur en € (x_i)	-2	0	2	8	32	128
Probabilités théoriques (p_i)	0,975	0,012	0,006	0,004	0,002	0,001

.....
[Qa 13] Quelle est en moyenne le gain pour le joueur pour une machine réglée ainsi ?

- a) -2€. b) -1,714€. c) 0€. d) 1,714€. e) 2€.
f) Aucune des réponses précédentes.

.....
La direction cherche à savoir si la fréquentation des machines M_1 et M_2 a pu être influencée par un mauvais réglage. À cet effet, elle a fait procéder à des tests du khi-deux d'adéquation pour comparer les effectifs observés pour chaque gain sur le mois écoulé et les effectifs théoriques si la machine était bien réglée. Le rapport de projet Minitab® présentent les résultats obtenus pour les machines M_1 et M_2 et pour une machine test appelée M_3 .

.....
[Qa 14] Sous quelle(s) condition(s) les tests que l'on veut effectuer sont-ils réalisables ?

- a) $n \leq 15$. b) $n \geq 16$. c) $n < 50$. d) $n \geq 50$. e) $n p_i < 5$. f) $n p_i \geq 5$.
g) $\lambda < 5$. h) $\lambda \geq 5$. i) Aucune des réponses précédentes.

[Qa 15] Pour M_1 , que représente « np_4 » dans la colonne « Attendu » pour un gain de 8€ ?

- a) L'effectif observé. b) L'effectif observé sous H_0 . c) La fréquence observée.
d) L'effectif théorique. e) L'effectif théorique sous H_0 . f) La fréquence théorique.
g) L'effectif observé sous H_1 . h) L'effectif théorique sous H_1 .
i) Aucune des réponses précédentes.

[Qa 16] Pour M_1 , que vaut « np_4 » dans la colonne « Attendu » pour un gain de 8€ ?

- a) 20. b) 24. c) 28. d) 35. e) Aucune des réponses précédentes.

[Qa 17] Pour M_1 , que vaut « diff_4 » dans la colonne « Contribution au Khi deux » pour un gain de 8€ ?

- a) 0. b) 1,4. c) 1,75. d) 3,46. e) 5,04. f) 6,43. g) 11,25.
h) Aucune des réponses précédentes.

[Qa 18] Quelle est la valeur « kh_1 » de la statistique du test pour M_1 ?

- a) 21,115. b) 22,515. c) 22,865. d) 24,572. e) 26,157. f) 27,543.
g) 32,365. h) Aucune des réponses précédentes.

[Qa 19] Quelle est la loi de la statistique pour chacun des trois tests ?

- a) χ_4^2 . b) χ_5^2 . c) χ_6^2 . d) Aucune des réponses précédentes.

[Qa 20] Quelle est la valeur critique pour chacun des trois tests ?

- a) 9,488. b) 11,070. c) 12,592. d) Aucune des réponses précédentes.

[Qa 21] D'après l'ensemble de ces résultats et de ceux présentés dans le rapport, quelles sont les décisions associées aux 3 tests du khi-deux effectués pour les machines M_1 , M_2 , M_3 ?

- a) $M_1 : H_0$. b) $M_1 : H_1$. c) $M_1 : \text{risque } \alpha$. d) $M_1 : \text{risque } \beta$.
e) $M_2 : H_0$. f) $M_2 : H_1$. g) $M_2 : \text{risque } \alpha$. h) $M_2 : \text{risque } \beta$.
i) $M_3 : H_0$. j) $M_3 : H_1$. k) $M_3 : \text{risque } \alpha$. l) $M_3 : \text{risque } \beta$.
m) Aucune des réponses précédentes.

Qa 22 Quelles conclusions peut-on tirer de tous les résultats obtenus ?

- a) M_1 est bien réglée. b) M_1 n'est pas bien réglée : elle favorise les joueurs.
 c) M_2 est bien réglée. d) M_2 n'est pas bien réglée : elle favorise les joueurs.
 e) M_3 est bien réglée. f) M_3 n'est pas bien réglée : elle favorise les joueurs.
 g) M_1 n'est pas bien réglée : elle favorise le casino.
 h) M_2 n'est pas bien réglée : elle favorise le casino.
 i) M_3 n'est pas bien réglée : elle favorise le casino.
 j) Aucune des réponses précédentes.

Qa 23 Que conclure quant à la fréquentation des machines M_1 et M_2 ?

- a) On peut penser que la fréquentation de M_1 est liée à son défaut.
 b) On peut penser que la fréquentation de M_1 n'est pas liée à son défaut.
 c) On peut penser que la fréquentation de M_2 est liée à son défaut.
 d) On peut penser que la fréquentation de M_2 n'est pas liée à son défaut.
 e) Aucune des réponses précédentes.

.....

Exercice 3 Black Jack

Dans le même casino, les 3 croupiers des tables de Black Jack semblent présenter des résultats différents en termes de coups gagnant, perdu ou à égalité. Au cours d'une soirée, la direction du casino a donc compté pour chacun des croupiers le nombre de coups gagnés, perdus ou à égalité. Elle cherche à établir si la répartition de ces coups se fait indépendamment du croupier (triche ?) grâce à un test du χ^2 d'indépendance. Les résultats de ce test sont partiellement présentés dans le rapport de projet Minitab®.

.....

Qa 24 Quelle est la loi de la statistique de ce test ?

- a) χ_3^2 . b) χ_4^2 . c) χ_5^2 . d) χ_6^2 . e) Aucune des réponses précédentes.

Qa 25 Quelle est la valeur critique associée ?

- a) 7,815. b) 9,488. c) 12,592. d) 16,919. e) Aucune des réponses précédentes.

Qa 26 Quelle la valeur de « np₁₃ » ?

- a) 28. b) 32,27. c) 33. d) 46,40. e) Aucune des réponses précédentes.

Qa 27 Quelle la valeur de « diff₂₂ » ?

- a) 2,153. b) 2,156. c) 4,908. d) 4,9152. e) Aucune des réponses précédentes.

Qa 28 Quelle est la valeur de la réalisation « kh » de la statistique du test ?

- a) 5,052. b) 5,055. c) 7,807. d) 7,814. e) Aucune des réponses précédentes.

Qa 29 Accepté-t-on l'hypothèse nulle d'indépendance ?

- a) Oui. b) Non. c) Au risque α . d) Au risque β inconnu.
 e) Au risque β à calculer avec Minitab®. f) Aucune des réponses précédentes.

Qa 30 Un des croupiers a-t-il triché ?

- a) Oui. b) Non. c) Aucune des réponses précédentes.

.....

Licence de Sciences, deuxième année.
Mention Sciences de la Vie.

Epreuve : Introduction à la Statistique. Durée : 1h.
Responsable : M. Gutnic

Avertissement : La copie est constituée d'une feuille spéciale à lecture optique dans l'infrarouge. Elle doit être remplie au *crayon à papier*. Les erreurs doivent être rectifiées par les examinateurs à la fin de l'épreuve à l'aide d'un correcteur. Ne pas utiliser de correcteur liquide.

Le numéro d'anonymat commençant par la lettre **B** sera inscrit dans les deux cadres prévus à cet effet ; on ne cochera qu'un seul chiffre dans chacun des champs c1 à c6.

Le sujet est un questionnaire à choix multiples. Après chaque question, plusieurs réponses vous sont proposées parmi lesquelles au moins une est exacte. Il vous appartient de cocher le code lettre correspondant aux réponses que vous jugez exactes, **sur le verso de la copie** qui vous a été remise. Toute réponse fautive donnera lieu à l'attribution de *points négatifs*.

Les calculatrices, les notes manuscrites et les documents photocopiés distribués durant le semestre sont *autorisés*. En cas de besoin, des tables pourront vous être fournies. Les téléphones portables *sont interdits*.

Si un arrondi de la réponse numérique à une question est égal à une réponse proposée, cette réponse est considérée comme exacte.

Exercice 1 Appels téléphoniques

Une étude menée en 2012 dans un service de soins intensifs a montré que le nombre X de malades nécessitant chaque nuit l'appel du médecin de garde entre 1 heure et 5 heures du matin est distribué selon une loi de Poisson de paramètre $\lambda = 3$.

Qa 1 À quoi correspond ce paramètre λ ?

- a) La moyenne théorique. b) La moyenne observée. c) La médiane. d) Un quartile.
e) La variance théorique. f) La variance observée. g) La probabilité de recevoir un appel.
h) L'écart-type théorique. i) L'écart-type observé. j) Aucune des réponses précédentes.

Qa 2 Quelle est la probabilité que le médecin de garde n'ait aucun appel entre 1 heure et 5 heures du matin ?

- a) $P(X) = 0$. b) $P(X = 0)$. c) $P(X) = 1$. d) $P(X = 1)$. e) 0. f) 1.
g) 0,05. h) 0,15. i) 0,2. j) 0,5. k) 0,8. l) 0,85. m) 0,95.
n) Aucune des réponses précédentes.

Qa 3 Quelle est la probabilité que le médecin de garde ait au moins 2 appels entre 1 heure et 5 heures du matin ?

- a) $P(X) \leq 2$. b) $P(X) < 2$. c) $P(X) \geq 2$. d) $P(X) > 2$.
e) $P(X) = 0 + P(X) = 1$. f) $P(X = 0) + P(X = 1)$. g) $1 - (P(X) = 0 + P(X) = 1)$.
h) $1 - (P(X = 0) + P(X = 1))$. i) 0. j) 1. k) 0,05. l) 0,15. m) 0,2.
n) 0,5. o) 0,8. p) 0,85. q) 0,95. r) Aucune des réponses précédentes.

Université de Strasbourg

Le médecin qui était de garde en février 2012 (mois exceptionnellement froid en Europe) a constaté une recrudescence des appels des patients par grand froid et a mis en garde sa direction. Sur chacune des 4 semaines de ce mois de février, il a en effet répondu à plus de 25 appels de patients entre 1h et 5h du matin.

On s'intéresse donc désormais à la variable aléatoire Y qui dénombre le nombre d'appel par un patient du médecin de garde entre 1 heure et 5 heures du matin, sur une semaine.

.....
Qa 4 Quelle est la loi de Y ?

- a) Loi normale. b) Loi de Bernoulli. c) Loi binomiale. **d) Loi de Poisson.**
e) Aucune des réponses précédentes.

Qa 5 À quelle(s) condition(s) ?

- a) Le nombre d'appels sur une semaine ne dépend pas des appels sur les autres semaines.
b) Le nombre d'appels sur une nuit ne dépend pas des appels sur les autres nuits.
c) Les tirages sont effectués au hasard. d) La moyenne n'est pas trop grande.
e) n est grand. f) Aucune des réponses précédentes.

Qa 6 Avec les notations usuelles, quel(s) est(sont) le(s) paramètre(s) pour cette loi de Y ?

- a) $\mu = 7$. b) $\sigma^2 = 7$. c) $\sigma = 2,65$. d) $p = 1/7$. e) $p = 3/7$.
f) $n = 7$. g) $n = 21$. h) $\lambda = 3$. i) $\lambda = 7$. **j) $\lambda = 21$.**
k) Aucune des réponses précédentes.

Qa 7 À combien d'appels le médecin de garde aurait-il pu s'attendre en moyenne par semaine sur ce mois de février ?

- a) 3. b) 7. **c) 21.** d) 28. e) 29. f) Aucune des réponses précédentes.

Qa 8 Quelle est la probabilité pour que le médecin ait répondu à plus de 25 appels sur une semaine ?

- a) $P(X) \leq 25$. b) $P(X) < 25$. c) $P(X) \geq 25$. d) $P(X) > 25$. $Y ; ()$
e) Aucune des réponses précédentes.

Qa 9 Avec une simple calculatrice, combien faut-il calculer de probabilités pour déterminer le résultat numérique de la question précédente ?

- a) 0. b) 1. c) 21. d) 25. **e) 26.** f) Une infinité.
g) Aucune des réponses précédentes.

Qa 10 On cherche plutôt à utiliser une approximation. Quelles conditions doit-on vérifier dans notre cas ?

- a) $n \geq 30$. b) $n \geq 50$. c) $np > 15$. d) $np \leq 15$.
e) $\lambda \leq 15$. **f) $\lambda > 15$ ou ≥ 16 .** g) Aucune des réponses précédentes.

Qa 11 Cette(ces) condition(s) est(sont)-elle(s) réunie(s) pour notre exemple ?

- a) Oui.** b) Non. c) Aucune des réponses précédentes.

Qa 12 Par quelle loi peut on approcher la loi considérée à la question Qa 4 ?

- a) $\mathcal{N}(0; 1)$. b) $\mathcal{N}(7; 2,65)$. c) $\mathcal{N}(21; 7)$. **d) $\mathcal{N}(21; 21)$.**
e) $\mathcal{B}(7; 1/7)$. f) $\mathcal{B}(21; 3/7)$. g) $\mathcal{P}(3)$. h) $\mathcal{P}(7)$. i) $\mathcal{P}(21)$.
j) Aucune des réponses précédentes.

Qa 13 Que vaut alors, avec cette approximation, la probabilité que le médecin de garde ait répondu à plus de 25 appels de patients entre 1h et 5h du matin sur une semaine ?

- a) $P(Z \geq 0,76)$, b) $P(Z \geq 0,87)$, c) $P(Z \geq 1,96)$, d) $P(Z \geq 1,98)$,
 e) $P(Z \leq 0,76)$, f) $P(Z \leq 0,87)$, g) $P(Z \leq 1,96)$, h) $P(Z \leq 1,98)$,
 i) 0,0239, j) 0,025, k) 0,1922, l) 0,2236, m) 0,7764, n) 0,8078,
 o) 0,975, p) 0,9761.

q) Aucune des réponses précédentes.

Qa 14 Le médecin de garde a-t-il eu raison d'alerter sa direction ?

- a) Oui.** b) Non. c) Aucune des réponses précédentes.

.....

Exercice 2 Vasques de pierre

Dans la production de la carrière Adam, on trouve des vasques de pierre taillées à la main à l'ancienne. Le diamètre intérieur d'une telle vasque de pierre peut être considéré comme une variable aléatoire X de moyenne 50 cm avec un écart-type de 2 cm ; on admettra que la variable X suit une loi normale.

Qa 15 Quelle est la probabilité pour qu'une vasque de pierre prise au hasard ait un diamètre intérieur compris entre 45 et 55 cm ?

- a) $P(45 < X < 55)$.** **b) $P(45 \leq X \leq 55)$.** c) $P(44,5 < X < 55,5)$, d) 0,006,
 e) 0,0124, **f) 0,9876.** g) 0,994, h) Aucune des réponses précédentes.

Qa 16 La différence entre les diamètres intérieurs de deux vasques de pierre choisies indépendamment est une variable aléatoire D . Quelle est sa loi ?

- a) $\mathcal{N}(0,0)$, b) $\mathcal{N}(0,1)$, c) $\mathcal{N}(0,2)$, d) $\mathcal{N}(0,4)$, **e) $\mathcal{N}(0,8)$.** f) $\mathcal{N}(50,2)$,
 g) $\mathcal{N}(50,4)$, h) $\mathcal{N}(50,8)$, i) Aucune des réponses précédentes.

.....

On admettra dans la suite que la probabilité pour qu'une vasque de pierre prise au hasard dans la production présente un défaut est $p = 5\%$.

Soit M la variable aléatoire dénombrant les vasques de pierre qui présentent un défaut parmi $n = 400$ vasques de pierre choisies au hasard dans la production très importante de la carrière.

.....

Qa 17 À quelle(s) condition(s) peut-on déterminer la loi de M pour ces 400 vasques ?

- a) n est petit. b) n est grand. c) np est petit. d) np est grand.
 e) p est constant au cours de l'expérience. **f) p varie peu au cours de l'expérience.**
g) Le nombre de vasques est important. **h) Les vasques sont choisies au hasard.**
 i) Aucune des réponses précédentes.

Qa 18 Cette(ces) condition(s) est(sont)-elle(s) remplie(s) ici ?

- a) Oui.** b) Non. c) Aucune des réponses précédentes.

Qa 19 Quelle est alors la loi de M ?

- a) $\mathcal{B}(400; 0,5)$, **b) $\mathcal{B}(400; 0,05)$.** c) $\mathcal{B}(400; 0,005)$, d) $\mathcal{P}(400)$, e) $\mathcal{P}(20)$,
 f) $\mathcal{P}(2)$, g) $\mathcal{N}(200; 100)$, h) $\mathcal{N}(20; 19)$, i) $\mathcal{N}(2; 1,99)$, j) $\mathcal{N}(0; 1)$,
 k) Aucune des réponses précédentes.

Qa 20 Si on observait plusieurs échantillons de 400 vasques, quelle serait en moyenne le nombre de vasques qui devraient présenter un défaut ?

- a) 400. b) 380. c) 360. d) 40. **e) 20.** f) 0.
g) Aucune des réponses précédentes.

Qa 21 Par quelle loi peut-on approcher la loi de M ?

- a) $\mathcal{B}(400; 0,5)$. b) $\mathcal{B}(400; 0,05)$. c) $\mathcal{B}(400; 0,005)$. d) $\mathcal{P}(400)$. e) $\mathcal{P}(20)$.
f) $\mathcal{P}(2)$. g) $\mathcal{N}(200; 100)$. **h) $\mathcal{N}(20; 19)$.** i) $\mathcal{N}(2; 1,99)$. j) $\mathcal{N}(0; 1)$.
k) Aucune des réponses précédentes.

Qa 22 Sous quelle(s) condition(s) ?

- a) $n \geq 30$. **b) $n \geq 50$.** **c) $np > 15$.** d) $np \leq 15$. **e) $n(1-p) > 15$.**
f) $n(1-p) \leq 15$. g) Aucune des réponses précédentes.

Soit V la variable aléatoire dénombrant les vasques de pierre qui ne présentent pas de défaut parmi 400 vasques de pierre choisies indépendamment dans la production.

Qa 23 Quelle est la loi de V ?

- a) $400 - M$. b) $M - 400$. c) $\mathcal{B}(400; 0,995)$. **d) $\mathcal{B}(400; 0,95)$.** e) $\mathcal{B}(400; 0,5)$.
f) $\mathcal{P}(380)$. g) $\mathcal{P}(38)$. h) $\mathcal{N}(380; 38)$. i) $\mathcal{N}(380; 19)$. j) $\mathcal{N}(400; 0,95)$.
k) $\mathcal{N}(0; 1)$. l) Aucune des réponses précédentes.

Qa 24 Quelle est la probabilité qu'aucune vasque de pierre ne présente de défaut parmi 400 vasques de pierre choisies indépendamment dans la production ?

- a) $P(V = 400)$.** b) $P(V = 0)$. c) $P(M = 400)$. **d) $P(M = 0)$.** **e) $0,95^{400}$.**
f) $0,05^{400}$. g) 0,38. h) 0,2. **i) 0.** j) Ce n'est pas possible.
k) Aucune des réponses précédentes.

Qa 25 Par quelle loi peut-on approcher la loi de V (on note W la variable aléatoire qui suit cette loi) ?

- a) $400 - M$. b) $M - 400$. c) $\mathcal{B}(400; 0,995)$. **d) $\mathcal{B}(400; 0,95)$.** e) $\mathcal{B}(400; 0,5)$.
f) $\mathcal{P}(380)$. g) $\mathcal{P}(38)$. h) $\mathcal{N}(380; 38)$. **i) $\mathcal{N}(380; 19)$.** j) $\mathcal{N}(400; 0,95)$.
k) $\mathcal{N}(0; 1)$. l) Aucune des réponses précédentes.

Qa 26 Les conditions d'approximation sont elles réunies ici ?

- a) Oui, $400 \geq 50$.** b) Oui, $400 \geq 30$. c) Oui, $400 \geq 15$. d) Oui, $380 \geq 50$.
e) Oui, $380 \geq 30$. **f) Oui, $380 \geq 15$.** g) Oui, $20 \leq 50$. h) Oui, $20 \leq 30$.
i) Oui, $20 \geq 15$. j) Aucune des réponses précédentes.

Qa 27 Quelle est la probabilité approchée pour qu'aucune vasque de pierre ne présente de défaut parmi 400 vasques choisies indépendamment dans la production ?

- a) $0,95^{400}$. b) $P(W = 400)$. c) $P(W = 0)$. d) $P(399,5 \leq W \leq 400,5)$.
e) $P(-0,5 \leq W \leq 0,5)$. f) Ce n'est pas possible. **g) Aucune des réponses précédentes.**

Licence de Sciences, deuxième année.
Mention Sciences de la Vie.

Introduction à la Statistique : 4ème épreuve. Durée : 1h30.

Responsable : M. Gutnic

.....

Avertissement : La copie est constituée d'une feuille spéciale à lecture optique dans l'infrarouge. Elle doit être remplie au *crayon à papier*. Les erreurs doivent être rectifiées par les examinateurs à la fin de l'épreuve à l'aide d'un correcteur. Ne pas utiliser de correcteur liquide.

Le numéro d'anonymat commençant par la lettre **B** sera inscrit dans les deux cadres prévus à cet effet ; on ne cochera qu'un seul chiffre dans chacun des champs c1 à c6.

Le sujet est un questionnaire à choix multiples. Après chaque question, plusieurs réponses vous sont proposées parmi lesquelles au moins une est exacte. Il vous appartient de cocher le code lettre correspondant aux réponses que vous jugez exactes, **sur le verso de la copie** qui vous a été remise. Toute réponse fautive donnera lieu à l'attribution de *points négatifs*.

Les calculatrices, les notes manuscrites et les documents photocopiés distribués durant le semestre sont *autorisés*. En cas de besoin, des tables pourront vous être fournies. Les téléphones portables *sont interdits*.

Si un arrondi de la réponse numérique à une question est égal à une réponse proposée, cette réponse est considérée comme exacte.

.....

Exercice 1 Glycémies

On voulait comparer les glycémies de deux groupes de diabétiques, le premier groupe étant composé d'individus diabétiques insulino dépendants (DID) et le second groupe étant composé d'individus diabétiques non insulino dépendants (DNID). Les mesures effectuées (en g/l) sont présentées dans le tableau ci-dessous.

DID (g/l)	2,52	2,63	2,45	3,01	2,89	2,01	2,36	2,48	2,55	2,78
DNID (g/l)	1,98	1,65	1,45	1,23	1,85	1,22	1,48			

Pour déterminer si il existe une différence entre la glycémie moyenne chez les diabétiques insulino dépendants et la glycémie moyenne chez les diabétiques non insulino dépendants, le premier test à réaliser est un test de normalité des deux séries de données ci-dessus.

.....

Qa 1 Comment s'appelle ce test de normalité ?

- a) Anderson-Darling. b) Kolmogorov-Smirnov. c) Ryan-Joyner.
d) Shapiro-Francis. e) aucune des réponses précédentes.

Qa 2 Quelle est la statistique de ce test (théor. signifie théorique et obs. signifie observé-e) ?

- a) μ la moyenne théor. b) σ^2 la variance théor. c) t la statistique de student.
d) \bar{x} la moyenne obs. e) $s_c^2(x)$ la variance obs. f) f la statistique de Fisher.
g) σ l'écart-type théor. h) r le coefficient de corrélation linéaire.
i) $s_c(x)$ l'écart-type obs. j) Aucune des réponses précédentes.

.....

Le rapport de projet Minitab présente une partie des résultats intermédiaires nécessaires à la réalisation du test de normalité pour les DID que nous souhaitons effectuer ici.

.....

Qa 3) Que représentent les nombres dans la colonne C2 ?

- a) Les indices. b) Les effectifs. c) Les effectifs cumulés. d) Les fréquences.
e) Les fréquences cumulées. f) Les fréquences cumulées corrigées. g) Les rangs.
h) Aucune des réponses précédentes.

Qa 4) Que vaut « r_3 » dans la colonne C2 ?

- a) 3. b) 3,33. c) 3,5. d) 3,67. e) 4. f) Aucune des réponses précédentes.

Qa 5) Que vaut « r_8 » dans la colonne C2 ?

- a) 3. b) 3,33. c) 3,5. d) 3,67. e) 4. f) Aucune des réponses précédentes.

Qa 6) Que représentent les nombres dans la colonne C3 ?

- a) Les indices. b) Les effectifs. c) Les effectifs cumulés. d) Les fréquences.
e) Les fréquences cumulées. f) Les fréquences cumulées corrigées. g) Les rangs.
h) Aucune des réponses précédentes.

Qa 7) Que vaut « F_3 » dans la colonne C3 ?

- a) 0,2561. b) 0,3049. c) 0,3537. d) 0,4464. e) 0,4828. f) 0,5. g) 0,6951.
h) Aucune des réponses précédentes.

Qa 8) Que vaut « F_9 » dans la colonne C3 ?

- a) 0,8571. b) 0,8036. c) 0,8276. d) 0,5488. e) 0,4512.
f) Aucune des réponses précédentes.

Qa 9) Que vaut « z_1 » dans la colonne z_i ?

- a) Entre -0,05 et -0,04. b) Entre -0,14 et -0,13. c) Entre -0,37 et -0,38. d) -0,51.
e) Entre -0,66 et -0,65. f) 0. g) 0,51. h) Aucune des réponses précédentes.

Qa 10) En utilisant le calcul intermédiaire donné dans la colonne **Somme**($x_i + z_i$) et sachant que $\bar{x} = 2,565$ et $\bar{z} = 0,001$, calculer la covariance corrigée des x_i et des z_i :

- a) 0,236. b) 0,263. c) Aucune des réponses précédentes.

Qa 11) Sachant que $s_c(x) = 0,2854$ et $s_c(z) = 0,9374$, calculer la statistique du test de normalité pour la glycémie DID :

- a) 0,882. b) 0,883. c) 0,884. d) 0,982. e) 0,983. f) 3,303.
g) Aucune des réponses précédentes.

Qa 12) Au seuil $\alpha = 5\%$, quelle est la valeur critique pour ce test de normalité ?

- a) 0,8942. b) 0,9018. c) 0,9113. d) 0,9196.
 e) Aucune des réponses précédentes.

Qa 13) Et que vaut la valeur critique du test de normalité pour la glycémie DNID ?

- a) 0,8942. b) 0,9018. c) 0,9113. d) 0,9196.
e) Aucune des réponses précédentes.

Qa 14 On déduit de ces résultats et des résultats présentés dans le rapport que :

- a) La glycémie des DID suit une loi normale.
- b) La glycémie des DID ne suit pas une loi normale.
- c) La glycémie des DNID suit une loi normale.
- d) La glycémie des DNID ne suit pas une loi normale.
- e) Aucune des réponses précédentes.

.....

Exercice 2 Des dés pipés ?

Une vingtaine d'amis décident de jouer à une version simplifiée du craps. Chaque joueur amène ses propres dés. La règle établit qu'un joueur lance deux dés et que le résultat considéré est la somme des deux nombres de la combinaison obtenue. On appelle X la variable aléatoire donnant ce résultat. Les joueurs ayant obtenu 7 récupèrent alors leur mise et se partagent celles des autres joueurs.

Après une demi-journée et 180 lancers pour chaque joueur, deux joueurs semblent particulièrement en veine et se partagent une grande majorité des gains. Au regard des résultats obtenus par ces deux joueurs et donnés dans le tableau ci-dessous, nous allons essayer de déterminer si ces joueurs ont joué jusque-là avec des dés pipés ou non.

résultats x_i possibles pour X	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
nombre de fois où le joueur 1 a obtenu ce résultat	4	9	16	18	22	42	23	19	15	9	3
nombre de fois où le joueur 2 a obtenu ce résultat	3	7	13	16	19	64	20	15	13	8	2

Dans le rapport de projet Minitab, on rappelle les résultats obtenus par les deux joueurs (« n_1 obs. J_1 » pour le joueur 1 et « n_2 obs. J_2 » pour le joueur 2) puis on présente une partie des résultats intermédiaires nécessaires à la réalisation du test.

.....

Qa 15 Quel(s) test(s) statistique(s) doit-on effectuer pour déterminer si les dés sont pipés ou non ?

- a) Test bilatéral de Student de comparaison de deux moyennes théoriques.
- b) Test bilatéral de comparaison de deux moyennes théoriques dans le cas de grands échantillons.
- c) Test bilatéral de Student de comparaison de deux moyennes théoriques dans le cas d'échantillons appariés.
- d) Test du χ^2 d'adéquation.
- e) Test du χ^2 d'adéquation à une loi de Poisson.
- f) Test du χ^2 d'indépendance.
- g) aucune des réponses précédentes.

.....

Dans le rapport de projet Minitab, on rappelle les résultats obtenus par les deux joueurs (« n_1 obs.₁ » pour le joueur 1 et « n_2 obs.₂ » pour le joueur 2) puis on donne certains termes de la statistique du test.

.....

Qa 16 Quelle est la probabilité « p_8 » d'obtenir $X = 9$?

- a) 1/36.
- b) 1/18.
- c) 1/12.
- d) 1/9.
- e) 1/6.
- f) 1/3.
- g) 1/2.
- h) Aucune des réponses précédentes.

Qa 17) Quelle est la probabilité « p_6 » d'obtenir $X = 7$?

- a) $1/36$. b) $1/18$. c) $1/12$. d) $1/9$. e) $1/6$. f) $1/3$. g) $1/2$.
h) Aucune des réponses précédentes.

Qa 18) Sous quelle(s) condition(s) le test que l'on veut effectuer est-il réalisable ?

- a) $n \leq 15$. b) $n \geq 16$. c) $n < 50$. d) $n \geq 50$. e) $n p_i < 5$. f) $n p_i \geq 5$.
g) $\lambda < 5$. h) $\lambda \geq 5$. i) Aucune des réponses précédentes.

Qa 19) Que vaut « $d1_6$ » dans la colonne « diff_1 » pour $X = 7$?

- a) 0,1333. b) 0,2857. c) 0,4. d) 0,53215. e) 3,4286. f) 4,8. g) 6,533.
h) 7,535. i) 12,96. j) 18,0625. k) 22,921. l) 26,45. m) 36,3. n) 38,5333.
o) Aucune des réponses précédentes.

Qa 20) Que vaut « $d2_6$ » dans la colonne « diff_2 » pour $X = 7$?

- a) 0,1333. b) 0,2857. c) 0,4. d) 0,53215. e) 3,4286. f) 4,8. g) 6,533.
h) 7,535. i) 12,96. j) 18,0625. k) 22,921. l) 26,45. m) 36,3. n) 38,5333.
o) Aucune des réponses précédentes.

Qa 21) La valeur arrondie de la statistique pour le joueur 1 est :

- a) 2,318. b) 2,322. c) 2,437. d) 5,461. e) 5,465. f) 6,154. g) 6,837.
 h) Aucune des réponses précédentes.

Qa 22) La valeur arrondie de la statistique pour le joueur 2 est :

- a) 6,155. b) 7,657. c) 9,455. d) 10,057. e) 26,986. f) 32,108. g) 47,457.
h) Aucune des réponses précédentes.

Qa 23) La loi de la statistique pour chacun de ces tests est :

- a) χ_9^2 . b) χ_{10}^2 . c) χ_{11}^2 . d) χ_{12}^2 . e) Aucune des réponses précédentes.

Qa 24) La valeur critique pour chacun de ces tests est :

- a) 16,919. b) 18,307. c) 19,675. d) 21,026.
e) Aucune des réponses précédentes.

Qa 25) La décision associée au test que nous venons de réaliser pour le joueur 1 est :

- a) H_0 . b) H_1 . c) Le joueur 1 n'est pas un très bon ami.
d) Les dés du joueur 1 sont pipés. e) Les dés du joueur 1 ne sont pas pipés.
f) Le joueur 1 a beaucoup de chance. g) Aucune des réponses précédentes.

Qa 26) La décision associée au test que nous venons de réaliser pour le joueur 2 est :

- a) H_0 . b) H_1 . c) Le joueur 2 n'est pas un très bon ami.
 d) Les dés du joueur 2 sont pipés. e) Les dés du joueur 2 ne sont pas pipés.
f) Le joueur 2 a beaucoup de chance. g) Aucune des réponses précédentes.

Qa 27 Le risque associé à la décision pour le joueur 1 est :

- a) α . b) $1 - \alpha$. c) β . d) $1 - \beta$. e) 5 %. f) 95 %. g) inconnu.
h) Aucune des réponses précédentes.

Qa 28 Le risque associé à la décision pour le joueur 2 est :

- a) α . b) $1 - \alpha$. c) β . d) $1 - \beta$. e) 5 %. f) 95 %. g) inconnu.
h) Aucune des réponses précédentes.

.....

Exercice 3 Un vaccin contre la grippe.

Sur un échantillon de 250 enfants vaccinés ou non contre la grippe, on a observé s'ils développaient ou non la maladie au cours de l'hiver. On cherche à établir l'efficacité du vaccin grâce à un test du χ^2 d'indépendance. Les résultats de ce test sont partiellement présentés dans le rapport de projet Minitab.

.....

Qa 29 Quelle est la loi de la statistique de ce test ?

- a) χ_0^2 . b) χ_1^2 . c) χ_2^2 . d) χ_3^2 . e) χ_4^2 . f) Aucune des réponses précédentes.

Qa 30 Quelle est la valeur critique associée ?

- a) 10,83. b) 5,99. c) 7,81. d) 9,49. e) 3,84.
f) Aucune des réponses précédentes.

Qa 31 Quelles sont respectivement les valeurs arrondies de « A » et « B » ?

- a) 24 et 70. b) 40,17 et 86,17. c) 24 et 42,83.
d) 40 et 89,37. e) 36,21 et 82,47. f) Aucune des réponses précédentes.

Qa 32 Quelles sont les valeurs arrondies de « C » et « D » ?

- a) 32,363 et 0,145. b) 4,666 et 8,378. c) 5,107 et 5,107.
 d) 3,24 et 6,10. e) 3,24 et 6,11. f) Aucune des réponses précédentes.

Qa 33 Quelle est la valeur observée arrondie de la statistique ?

- a) 3,035. b) 18,8. c) 18,9. d) 18,7. e) 2,262.
f) Aucune des réponses précédentes.

Qa 34 Accepte-t-on l'hypothèse nulle d'indépendance ?

- a) Oui. b) Non. c) Aucune des réponses précédentes.

Qa 35 Le vaccin a-t-il un effet ?

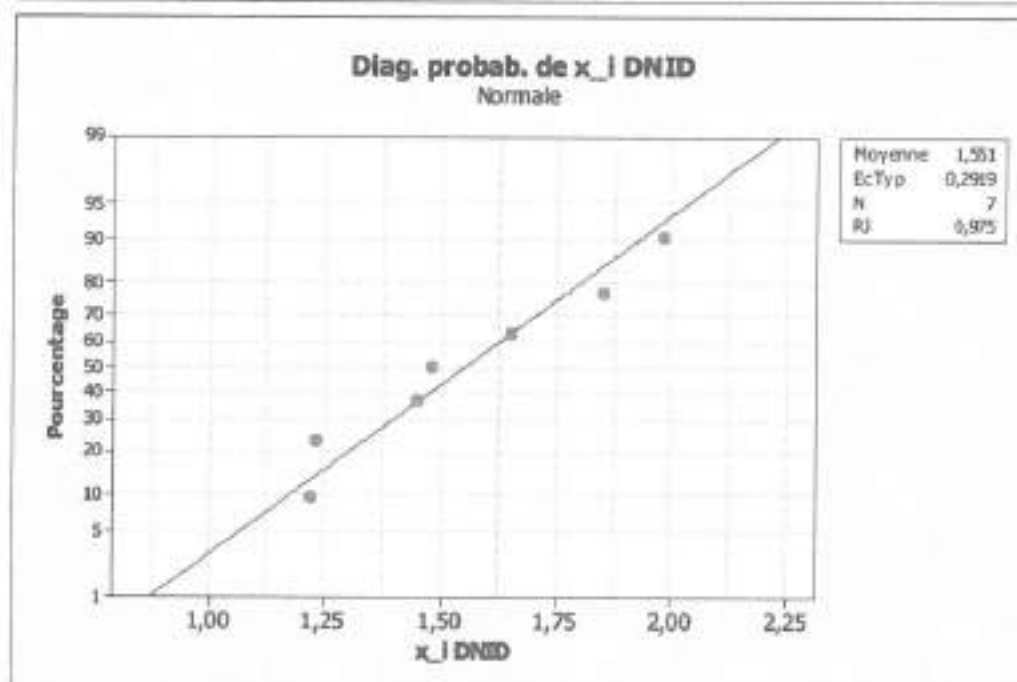
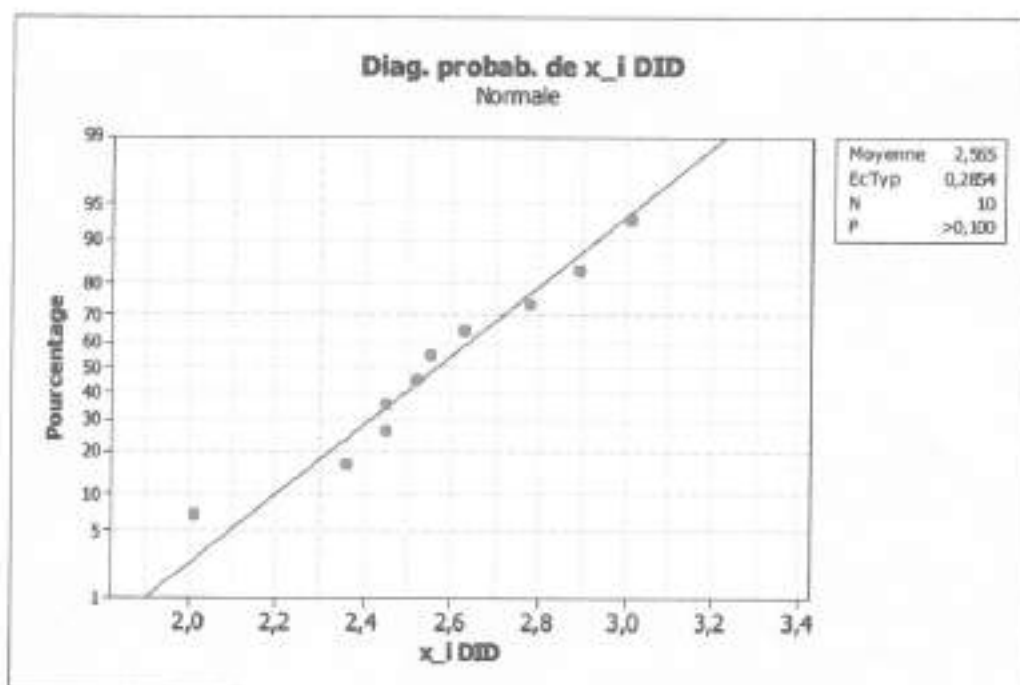
- a) Oui. b) Non. c) Aucune des réponses précédentes.

.....

Rapport de projet Minitab

Exercice 1 : Glycémie des diabétiques

Ligne	x _i	C2	C3	z _i	Score (x _i +z _i)
1	2,52	5	0,4512	-0,12	
2	2,63	7	0,6463	0,38	2,38905
3	2,45	« r ₋₃ »	« F ₋₃ »	« z ₋₃ »	
4	3,01	10	0,9390	1,55	
5	2,89	9	0,8415	1,00	
6	2,01	1	0,0610	-1,55	
7	2,36	2	0,1585	-1,00	
8	2,45	« r ₋₈ »	0,3049	« z ₋₈ »	
9	2,55	6	« F ₋₉ »	0,12	
10	2,78	8	0,7439	0,66	



Exercice 2 : Des dés pipés

Ligne	x _i	n _i obs	n _i obs	p _i	n*p _i	diff ₁	diff ₂
1	2	4	3	0,02778	5	0,20000	0,8000
2	3	9	7	0,05556	10	0,10000	0,9000
3	4	16	13	0,08333	15	0,00667	0,2667
4	5	18	16	0,11111	20	0,20000	0,8000
5	6	22	19	0,13889	25	0,36000	1,4400
6	7	42	64	« p ₆ »	30	« d1 ₆ »	« d2 ₆ »
7	8	23	20	0,13889	25	0,16000	1,0000
8	9	19	15	« p ₉ »	20	0,05000	1,2500
9	10	15	13	0,08333	15	0,00000	0,2667
10	11	9	8	0,05556	10	0,10000	0,4000
11	12	3	2	0,02778	5	0,80000	1,8000

Exercice 3 : Un vaccin contre la grippe ?

Les dénombrements attendus sont imprimés sous ceux observés
Les contributions Rhi deux sont imprimées sous les dénombrements attendus

	non		
	grippés	grippés	Total
1	24	97	121 (enfants vaccinés)
	« A »	80,83	
	6,510	« C »	
2	59	70	129 (enfants non vaccinés)
	42,83	« B »	
	« D »	3,035	
Total	83	167	250

Licence de Sciences, deuxième année.
Mention Sciences de la Vie.

Epreuve : Introduction à la Statistique.

Durée : 1h30.

Responsable : M. Gutnic

Avertissement : La copie est constituée d'une feuille spéciale à lecture optique dans l'infrarouge. Elle doit être remplie au *crayon à papier*. Les erreurs doivent être rectifiées par les examinateurs à la fin de l'épreuve à l'aide d'un correcteur. Ne pas utiliser de correcteur liquide.

Le numéro d'anonymat commençant par la lettre B sera inscrit dans les deux cadres prévus à cet effet ; on ne cochera qu'un seul chiffre dans chacun des champs c1 à c6.

Le sujet est un questionnaire à choix multiples. Après chaque question, plusieurs réponses vous sont proposées parmi lesquelles au moins une est exacte. Il vous appartient de cocher le code lettre correspondant aux réponses que vous jugez exactes, **sur le verso de la copie** qui vous a été remise. Toute réponse fautive donnera lieu à l'attribution de *points négatifs*.

Les calculatrices, les notes manuscrites et les documents photocopiés distribués durant le semestre sont *autorisés*. En cas de besoin, des tables pourront vous être fournies.

Les téléphones portables *sont interdits*.

Si un arrondi de la réponse numérique à une question est égal à une réponse proposée, cette réponse est considérée comme exacte.

Exercice 1 Foie gras

On s'intéresse à la production de foie gras de canard du Périgord. Lors de leur vente, les « grossistes » distinguent par ordre croissant de qualité quatre qualités de foies : le *tout venant*, les foies de *1^{ère} catégorie*, la qualité *extra* et les foies *fabrication*. Un foie gras est dit de *qualité supérieure* s'il n'est pas de *qualité tout venant*. Pour reconduire le contrat les liant à un producteur, les grossistes exigent un pourcentage de 80% de foies de *qualité supérieure*.

Depuis plusieurs années, M. et Mme Doumayrou produisent une quantité importante de foies dont 80% est de *qualité supérieure*. Un grossiste leur achète 50 foies par semaine. Pour chaque foie i , on note X_i la variable aléatoire qui indique si le foie est de *qualité supérieure* ou non, et X la variable aléatoire dénombrant les foies de *qualité supérieure* sur les 50 achetés par le grossiste.

Qa 1 Quelle est la loi de X_i ?

- a) Loi de Bernoulli. b) Loi binomiale. c) Loi de Poisson. d) Loi normale.
e) Aucune des réponses précédentes.

Qa 2 Avec les notations usuelles, quel(s) est(sont) le(s) paramètre(s) pour cette loi de X_i ?

- a) $n = 50$. b) $p = 0,8$. c) $\lambda = 0,8$. d) $\lambda = 40$. e) $\mu = 0,8$.
f) $\mu = 40$. g) $\sigma^2 = 8$. h) $\sigma = 8$. i) Aucune des réponses précédentes.

Qa 3 À quelle(s) condition(s) peut-on déterminer la loi de X ?

- a) n est grand. b) Les X_i sont de qualité supérieure. c) Les X_i sont indépendantes.
 d) Les X_i sont aléatoires. e) p est petit. f) p est grand. g) p est constant.
 h) La production est de qualité. i) La production est importante.
 j) Aucune des réponses précédentes.

Qa 4 Cette(ces) condition(s) est(sont)-elle(s) remplie(s) ici ?

- a) Oui. b) Non. c) Aucune des réponses précédentes.

Qa 5 Si oui, quelle est la loi de X ?

- a) Loi de Bernoulli. b) Loi binomiale. c) Loi de Poisson. d) Loi normale.
 e) Aucune des réponses précédentes.

Qa 6 Avec les notations usuelles, quel(s) est(sont) le(s) paramètre(s) pour cette loi de X ?

- a) $n = 50$. b) $p = 0,8$. c) $\lambda = 0,8$. d) $\lambda = 40$. e) $\mu = 0,8$.
 f) $\mu = 40$. g) $\sigma^2 = 8$. h) $\sigma = 8$. i) Aucune des réponses précédentes.

Qa 7 Quelle est la probabilité pour que, sur les 50 foies achetés chaque semaine, au moins 1 ne soit pas de qualité supérieure ?

- a) $P(X \leq 0)$. b) $P(X \geq 0)$. c) $P(X < 0)$. d) $P(X > 0)$.
 e) $P(X \leq 50)$. f) $P(X \geq 50)$. g) $P(X < 50)$. h) $P(X > 50)$.
 i) $P(X = 0)$. j) $P(X = 50)$. k) $1 - P(X = 0)$. l) $1 - P(X = 50)$.
 m) Aucune des réponses précédentes.

Qa 8 Que vaut cette probabilité ?

- a) $0,2^{50}$. b) $0,8^{50}$. c) $1 - 0,2^{50}$. d) $1 - 0,8^{50}$. e) 0. f) 1.
 g) e^{-40} . h) e^{-10} . i) $1 - e^{-40}$. j) $1 - e^{-10}$. k) Aucune des réponses précédentes.

Qa 9 Que vaut la probabilité pour que, sur les 50 foies achetés chaque semaine, 10 exactement ne soient pas de qualité supérieure ?

- a) $\binom{50}{10} 0,8^{40} 0,2^{10}$. b) $\binom{50}{10} 0,8^{10} 0,2^{40}$. c) $\binom{50}{40} 0,8^{40} 0,2^{10}$. d) $\binom{50}{10} 0,8^{10} 0,2^{40}$.
 e) $e^{-40} 10^{40} / 40!$. f) $e^{-10} 10^{10} / 10!$. g) $e^{-40} 40^{10} / 10!$. h) $e^{-10} 40^{10} / 10!$.
 i) 0. j) 0,063. k) 0,125. l) 0,140.
 m) Aucune des réponses précédentes.

Qa 10 On peut calculer une approximation de cette probabilité. Pour quelle variable peut-on procéder à cette approximation ?

- a) X_i . b) $n - X_i$. c) X . d) $n - X$. e) Aucune des réponses précédentes.

Qa 11) Sous quelle(s) condition(s) peut-on procéder à cette approximation ?

- a) $n \geq 30$. b) $n \geq 50$. c) $np > 15$. d) $np \leq 15$. e) $n(1-p) > 15$.
 f) $n(1-p) \leq 15$. g) Aucune des réponses précédentes.

Qa 12) Quelle est alors la loi permettant de calculer l'approximation ?

- a) $\mathcal{B}(50; 0, 8)$. b) $\mathcal{B}(50; 0, 2)$. c) $\mathcal{P}(40)$. d) $\mathcal{P}(10)$. e) $\mathcal{N}(0; 1)$.
 f) $\mathcal{N}(40; 8)$. g) $\mathcal{N}(10; 8)$. h) Aucune des réponses précédentes.

Qa 13) Que vaut avec cette approximation la probabilité pour que, sur les 50 foies achetés chaque semaine, 10 exactement ne soient pas de qualité supérieure ?

- a) $\binom{50}{10} 0, 8^{40} 0, 2^{10}$. b) $\binom{50}{10} 0, 8^{10} 0, 2^{40}$. c) $\binom{50}{40} 0, 8^{40} 0, 2^{10}$. d) $\binom{50}{40} 0, 8^{10} 0, 2^{40}$.
 e) $e^{-40} 10^{40} / 40!$. f) $e^{-10} 10^{40} / 40!$. g) $e^{-40} 40^{10} / 10!$. h) $e^{-10} 40^{10} / 10!$.
 i) $e^{-10} 10^{10} / 10!$. j) $e^{-40} 40^{10} / 10!$. k) 0. l) 0, 063. m) 0, 125. n) 0, 140.
 o) Aucune des réponses précédentes.

Qa 14) Cette approximation est-elle satisfaisante ?

- a) Oui. b) Non. c) Aucune des réponses précédentes.

.....
 Durant la période des fêtes, le grossiste achète 100 foies par semaine à M. et Mme Doumayrou. X représente maintenant la variable aléatoire dénombrant les foies de *qualité supérieure* sur les 100 achetés par le grossiste. On veut alors calculer la probabilité qu'au moins 90 foies sur les 100 soient de qualité supérieure, à l'aide d'une approximation de la loi de la X .

Qa 15) Quelles sont les conditions d'approximation de la loi de X dans ce cas ?

- a) $n \geq 30$. b) $n \geq 50$. c) $np > 15$. d) $np \leq 15$. e) $n(1-p) > 15$.
 f) $n(1-p) \leq 15$. g) Aucune des réponses précédentes.

Qa 16) Quelle est alors la loi permettant de calculer l'approximation ?

- a) $\mathcal{B}(100; 0, 8)$. b) $\mathcal{B}(100; 0, 2)$. c) $\mathcal{P}(80)$. d) $\mathcal{P}(20)$. e) $\mathcal{N}(0; 1)$.
 f) $\mathcal{N}(80; 16)$. g) $\mathcal{N}(20; 16)$. h) Aucune des réponses précédentes.

Qa 17) Que vaut, avec cette approximation, la probabilité pour que sur les 100 foies achetés chaque semaine, 90 au moins soient de qualité supérieure ?

- a) $P(X \geq 90)$. b) $P(Z \geq 0, 59375)$. c) $P(Z \geq 1, 25)$. d) $P(Z \geq 1, 96)$.
 e) $P(Z \geq 2, 375)$. f) $P(Z \geq 2, 5)$. g) 0, 05. h) entre 0, 7224 et 0, 7257.
 i) 0, 8944. j) 0, 95. k) 0, 975. l) entre 0, 9911 et 0, 9913. m) 0, 9938.
 n) Aucune des réponses précédentes.

Exercice 2 Commerce équitable

« La part du commerce équitable dans le commerce mondial est 0,02 % » (*Le Monde*, mai 2005). On admettra que cette proportion s'applique aussi pour les paquets de café : 0,02 % des paquets de café vendus sont issus du commerce équitable. Soit X la variable aléatoire dénombrant les paquets de café issus du commerce équitable dans un échantillon de 10000 paquets de café pris au hasard dans la production mondiale.

.....
Qa 18 Quelle est la loi exacte de X ?

- a) $\mathcal{B}(10000; 0,0002)$. b) $\mathcal{B}(10000; 0,02)$. c) $\mathcal{B}(10000; 2)$. d) $\mathcal{N}(2; 1,9996)$.
 e) $\mathcal{N}(2; 2)$. f) $\mathcal{P}(1,9996)$. g) $\mathcal{P}(2)$. h) Aucune des réponses précédentes.

Qa 19 Quelle est la loi approchée de X ?

- a) $\mathcal{B}(10000; 0,0002)$. b) $\mathcal{B}(10000; 0,02)$. c) $\mathcal{B}(10000; 2)$. d) $\mathcal{N}(2; 1,9996)$.
 e) $\mathcal{N}(2; 2)$. f) $\mathcal{P}(1,9996)$. g) $\mathcal{P}(2)$. h) Aucune des réponses précédentes.

.....
 Un supermarché a décidé d'axer sa publicité sur la vente de café issu du commerce équitable. On admet que le nombre Y de paquets de café issus du commerce équitable vendus par période de 10 minutes suit une loi de Poisson $\mathcal{P}(1)$.

.....
Qa 20 Quelle est la probabilité que ne soit vendu aucun paquet de ce type pendant une période de 10 minutes ?

- a) 0,1000. b) 0,2718. c) 0,3678. d) Aucune des réponses précédentes.

Qa 21 Quelle est la loi de la variable aléatoire N comptant le nombre de paquets de café vendus pendant 25 périodes de 10 minutes choisies indépendamment dans les heures d'ouverture du magasin ?

- a) $\mathcal{B}(1; 25)$. b) $\mathcal{B}(25; 25)$. c) $\mathcal{N}(25; 5)$. d) $\mathcal{N}(25; 10)$. e) $\mathcal{N}(25; 25)$.
 f) $\mathcal{P}(5)$. g) $\mathcal{P}(25)$. h) $\mathcal{P}(25, 25)$. i) Aucune des réponses précédentes.

Qa 22 Par quelle loi peut-on approcher la loi de N ?

- a) $\mathcal{B}(1; 25)$. b) $\mathcal{B}(25; 25)$. c) $\mathcal{N}(25; 5)$. d) $\mathcal{N}(25; 10)$. e) $\mathcal{N}(25; 25)$.
 f) $\mathcal{P}(5)$. g) $\mathcal{P}(25)$. h) $\mathcal{P}(25, 25)$. i) Aucune des réponses précédentes.

Qa 23 Quelle est l'approximation de la probabilité $P(N = 25)$? Dans les réponses ci-dessous Z désigne une variable aléatoire qui suit une loi normale centrée réduite.

- a) $P(Z = 0)$. b) $P(Z = 0,02)$. c) $P(Z = 0,1)$. d) $P(-0,1 \leq Z \leq 0,1)$.
 e) $P(-0,02 \leq Z \leq 0,02)$. f) $P(-1,27 \leq Z \leq -1,08)$. g) $P(N = Z)$.
 h) Aucune des réponses précédentes.

Qa 24 Que vaut cette probabilité ?

- a) 0. b) 0,016. c) 0,0381. d) 0,0796. e) Aucune des réponses précédentes.

Licence de Sciences, deuxième année.

Mention Sciences de la Vie.

Introduction à la Statistique : 3ème épreuve. Durée : 1h.

Responsable : M. Gutnic

.....

Avertissements : La copie est constituée d'une feuille spéciale à lecture optique dans l'infrarouge. Elle doit être remplie au *crayon à papier*. Les erreurs doivent être rectifiées par les examinateurs à la fin de l'épreuve à l'aide d'un correcteur (pas de correcteur liquide).

Le numéro d'anonymat commençant par la lettre **A** sera inscrit dans les deux cadres prévus à cet effet ; on ne cochera qu'un seul chiffre dans chacun des champs c1 à c6.

Le sujet est un questionnaire à choix multiples. Après chaque question, plusieurs réponses vous sont proposées parmi lesquelles au moins une est exacte. Il vous appartient de cocher le code lettre correspondant aux réponses que vous jugez exactes, **sur le verso de la copie** qui vous a été remise. Toute réponse fautive donnera lieu à l'attribution de *points négatifs*.

Les calculatrices, les notes manuscrites et les documents photocopiés distribués durant le semestre sont *autorisés*. En cas de besoin, des tables pourront vous être fournies. **Les téléphones portables sont interdits**.

Si un arrondi de la réponse numérique à une question est égal à une réponse proposée, cette réponse est considérée comme exacte.

Tous les tests seront effectués au seuil $\alpha = 5\%$.

.....

Exercice 1 Un bon enseignant ?

Un enseignant prétend qu'il enseigne tellement bien que 90% de ses étudiants obtiennent une note supérieure à 8/20 et la moitié une note supérieure à 14/20. Sur une promotion de 400 étudiants, on constate que 363 étudiants obtiennent plus de 8/20 et 171 étudiants obtiennent plus de 14/20.

On suppose que la note d'un étudiant est indépendante des notes des autres étudiants. On sait alors que la variable Y dénombrant le nombre d'étudiants ayant obtenu une note supérieure à 8/20 suit une loi Binomiale $\mathcal{B}(400; p)$, p étant inconnue *a priori*. On souhaite donc vérifier la première hypothèse de l'enseignant à l'aide du test sur une proportion théorique suivant :

$$H_0 : p = 0,9 \quad \text{contre} \quad H_1 : p \neq 0,9$$

.....

Qa 1 Parmi les inégalités suivantes, lesquelles sont nécessaires pour pouvoir effectuer ce test statistique en utilisant la loi normale ?

- a) $171 \geq 50$. b) $363 \geq 50$. c) $400 \geq 50$. d) $360 > 15$. e) $327,6 > 15$. f) $171,7 > 15$.
g) $36,3 > 15$. h) $40 > 15$. i) $16,4 > 15$. j) Aucune des réponses précédentes.

Qa 2 On sait alors que la loi de la variable Y dénombrant le nombre d'étudiants ayant obtenu une note supérieure à 8/20 peut être approchée par une loi normale :

- a) $\mathcal{N}(153,9; 15,39)$. b) $\mathcal{N}(327,6; 32,76)$. c) $\mathcal{N}(360; 36)$.
d) Aucune des réponses précédentes.

Qa 3 Avec les notations usuelles, la statistique du test que nous souhaitons effectuer est :

- a) $z = \frac{y - 327,6}{\sqrt{32,76}}$. b) $z = \frac{y - 360}{6}$. c) $z = \frac{y - 153,9}{\sqrt{15,39}}$. d) $t = \sqrt{20} \frac{\bar{y} - 327,6}{\sqrt{32,76}}$.
e) $t = \sqrt{20} \frac{\bar{y} - 360}{6}$. f) $t = \sqrt{20} \frac{\bar{y} - 153,9}{\sqrt{15,39}}$. g) $r(y; z)$.
h) Aucune des réponses précédentes.

Qa 4 La comparaison de la réalisation de la statistique du test avec la valeur critique adéquate nous permet de décider que :

- a) $p = 0,9$. b) $p \neq 0,9$. c) Aucune des réponses précédentes.

Qa 5 On considère maintenant la variable dénombrant le nombre d'étudiants ayant obtenu une note supérieure à 14/20. Le test sur une proportion théorique avec $p_0 = 0.5$ fournit une P -valeur = 0,0038. Qu'en concluez-vous ?

- a) L'enseignant peut légitimement penser qu'il est un bon enseignant.
b) L'enseignant a un peu tendance à exagérer ses mérites.
c) $p = 0,5$. d) $p \neq 0,5$. e) Aucune des réponses précédentes.

.....

Exercice 2 Les élingues

Une usine spécialisée dans la fabrication d'élingues (gros câbles métalliques terminés par des anneaux) répond à 3 appels d'offres dans l'espoir de vendre son matériel : câbles d'arrimage pour un ferry transportant des véhicules, câbles de fixation de conteneurs pour un porte-conteneurs, câble de fixation pour un entrepôt. Chaque appel d'offre stipule la charge maximale moyenne μ_0 que doivent supporter les élingues selon le tableau ci-dessous :

Appel d'offre	μ_0 en tonnes
Ferry	11 t
Porte-conteneurs	12 t
Entrepôt	10 t

Pour répondre à ces appels d'offre, le laboratoire de contrôle qualité de l'usine prélève au hasard 20 élingues dans la chaîne de fabrication numérotées de 1 à 20. Les observations pour la variable X représentant la charge maximale mesurée sont répertoriées dans le tableau suivant où elles ont été classées dans l'ordre croissant :

N° du câble	19	14	3	1	8	20	6	16	9	10
Charge maximale (en t)	7,01	9,02	9,03	10,01	10,01	10,05	10,08	11,01	11,02	11,03
N° du câble	13	7	18	2	11	4	12	17	5	15
Charge maximale (en t)	11,05	11,06	11,08	12,02	12,02	12,04	12,06	13,03	13,07	14,02

Le rapport de projet Minitab[®] présente différents résultats sur ces mesures de la charge maximale supportée par les 20 élingues prélevées au hasard, permettant de répondre aux questions suivantes.

.....

On s'intéresse dans un premier temps à la normalité de l'échantillon des valeurs observées pour la charge maximale.

.....

Qa 6 D'après les graphiques du rapport récapitulatif pour la variable « Charge maximale », peut-on espérer que cette variable suive une loi normale ?

- a) Non, la boîte à moustaches n'est pas symétrique.
b) Oui, la boîte à moustaches est plutôt symétrique.
c) Non, l'histogramme n'a pas une allure gaussienne.
d) Oui, l'histogramme a une allure gaussienne.
e) Aucune des réponses précédentes.

Qa 7 D'après le test de normalité du rapport récapitulatif pour la variable « Charge maximale », pensez-vous que cette variable suive une loi normale ?

- a) Oui, au risque $\alpha = 5\%$. b) Oui, au risque β inconnu. c) Non, au risque $\alpha = 5\%$.
d) Non, au risque β inconnu. e) Aucune des réponses précédentes.

Qa 8 Que représentent les nombres dans la colonne « C3 » ?

- a) Les indices. b) Les fréquences. c) Les fréquences cumulées. d) Les effectifs.
e) Les effectifs cumulés. f) Les fréquences cumulées corrigées. g) Les rangs.
h) Aucune des réponses précédentes.

Qa 9 Que vaut « r1 » dans la colonne « C3 » ?

- a) 1. b) 4. c) 4,5. d) 5. e) 8. f) Aucune des réponses précédentes.

Qa 10 Que vaut « F6 » dans la colonne « Fréquences cumulées corrigées » ?

- a) 0,32716. b) 0,33125. c) 0,34568. d) 0,35. e) Aucune des réponses précédentes.

Qa 11 Que vaut « z12 » dans la colonne « z estimés » ?

- a) -0,92. b) -0,915. c) -0,085. d) -0,08. e) 0,08. f) 0,085. g) 0,915. h) 0,92.
i) Aucune des réponses précédentes.

Qa 12 Que vaut « z20 » dans la colonne « z estimés » ?

- a) -0,59. b) -0,583. c) -0,417. d) -0,41. e) 0,41. f) 0,417. g) 0,583. h) 0,59.
i) Aucune des réponses précédentes.

Qa 13 Quelle est, en tonnes, la moyenne « mcn » de la charge maximale pour les 20 élingues observées ?

- a) 10,986. b) 11,964. c) Aucune des réponses précédentes.

Qa 14 Quelle est l'écart-type corrigé « scz » des z estimés ?

- a) 0,878. b) 0,926. c) 0,938. d) 0,962. e) Aucune des réponses précédentes.

Qa 15 À partir de ce résultat et de ceux présentés dans le rapport de projet Minitab[®], calculer la valeur de la statistique du test de Shapiro-Francia pour la variable « Charge maximale ».

- a) 0,9746. b) 0,9763. c) 1,0017. d) Aucune des réponses précédentes.

Qa 16 Quelle est la valeur critique pour ce test de Shapiro-Francia ?

- a) 0,9283. b) 0,9291. c) 0,95. d) 0,9542. e) 0,9590. f) 0,9595.
g) Aucune des réponses précédentes.

Qa 17 On déduit de ces résultats et/ou des résultats présentés dans le rapport que :

- a) La variable « Charge maximale » ne suit pas une loi normale.
b) La variable « Charge maximale » suit une loi normale.
c) Aucune des réponses précédentes.

.....

On s'intéresse maintenant à la norme fixée dans l'appel d'offre pour le ferry. On veut donc vérifier si la moyenne théorique de la charge maximale est égale à 11 tonnes ou non.

.....

Qa 18 Quel est le test statistique qu'il faut effectuer pour répondre à la question ci-dessus ?

- a) Test unilatéral sur une moyenne théorique. b) Test bilatéral sur une moyenne théorique.
c) Test unilatéral sur une moyenne expérimentale. d) Test de normalité.
e) Test bilatéral sur une moyenne expérimentale. f) Test sur une proportion théorique.
g) Aucune des réponses précédentes.

Qa 19 Quelle est la statistique du test que nous souhaitons effectuer ?

- a) $t = 20 \frac{\bar{x} - \mu_0}{s_c(x)}$. b) $t = \sqrt{20} \frac{\bar{x} - \mu_0}{s_c^2(x)}$. c) $t = 20 \frac{\bar{x} - \mu_0}{s_c^2(x)}$. d) $t = \sqrt{20} \frac{\bar{x} - \mu_0}{s_c(x)}$.
e) Aucune des réponses précédentes.

Qa 20 Quelle est la loi de la statistique du test approprié à notre problème ?

- a) $\mathcal{N}(0; 1)$. b) $\mathcal{N}(\mu(x); \sigma^2(x))$. c) $\mathcal{N}(\bar{x}; s_c^2(x))$. d) t_{19} . e) t_{20} .
f) Aucune des réponses précédentes.

Qa 21 Les conditions pour pouvoir effectuer ce test avec cette loi sont-elles réunies ?

- a) Oui. b) Non. c) Aucune des réponses précédentes.

Qa 22 Quelle est, en valeur absolue, la réalisation de la statistique du test choisi ci-dessus ?

- a) 0,024. b) 0,038. c) 0,108. d) 0,174. e) Aucune des réponses précédentes.

Qa 23 Quelle est la valeur critique pour ce test sur la moyenne de la charge maximale des élingues ?

- a) 1,645. b) 1,725. c) 1,729. d) 1,96. e) 2,086. f) 2,093.
g) Aucune des réponses précédentes.

Qa 24 Que peut-on en déduire pour la charge maximale des élingues ?

- a) On décide H_0 . b) On décide H_1 .
c) La charge maximale des élingues est significativement différente de 11 tonnes.
d) La charge maximale des élingues n'est pas significativement différente de 11 tonnes.
e) Aucune des réponses précédentes.

Qa 25 Quel est le risque associé à cette décision ?

- a) α . b) β . c) $1 - \alpha$. d) $1 - \beta$. e) 0,05. f) Aucune des réponses précédentes.

On s'intéresse enfin aux normes fixées dans les deux autres appels d'offre.

Qa 26 D'après le test T à 1 échantillon adéquat présenté dans le RPMe, peut-on conclure que la charge maximale moyenne des élingues respecte la norme fixée par l'appel d'offre pour le porte-conteneurs ?

- a) Oui. b) Non. c) Aucune des réponses précédentes.

Qa 27 D'après la boîte à moustaches du test T à 1 échantillon adéquat présenté dans le RPMe, peut-on conclure que la charge maximale moyenne des élingues respecte la norme fixée par l'appel d'offre pour l'entrepôt ?

- a) Oui. b) Non. c) Aucune des réponses précédentes.

Qa 28 Pour lequel des deux appels d'offre ci-dessus, l'entreprise est-elle tout de même concurrentielle au regard des observations faites par le laboratoire de contrôle qualité ?

- a) Pour le porte-conteneurs. b) Pour l'entrepôt. c) Aucune des réponses précédentes.

Qa 29 Pour quelle raison ?

- a) $\bar{x} < 10$. b) $\bar{x} < 11$. c) $\bar{x} < 12$. d) $\bar{x} > 10$. e) $\bar{x} > 11$. f) $\bar{x} > 12$. g) $\mu(x) < 10$.
h) $\mu(x) < 11$. i) $\mu(x) < 12$. j) $\mu(x) > 10$. k) $\mu(x) > 11$. l) $\mu(x) > 12$.
m) Aucune des réponses précédentes.

On suppose pour finir que la charge maximale des élingues X suit une loi normale $\mathcal{N}(11; 4)$.

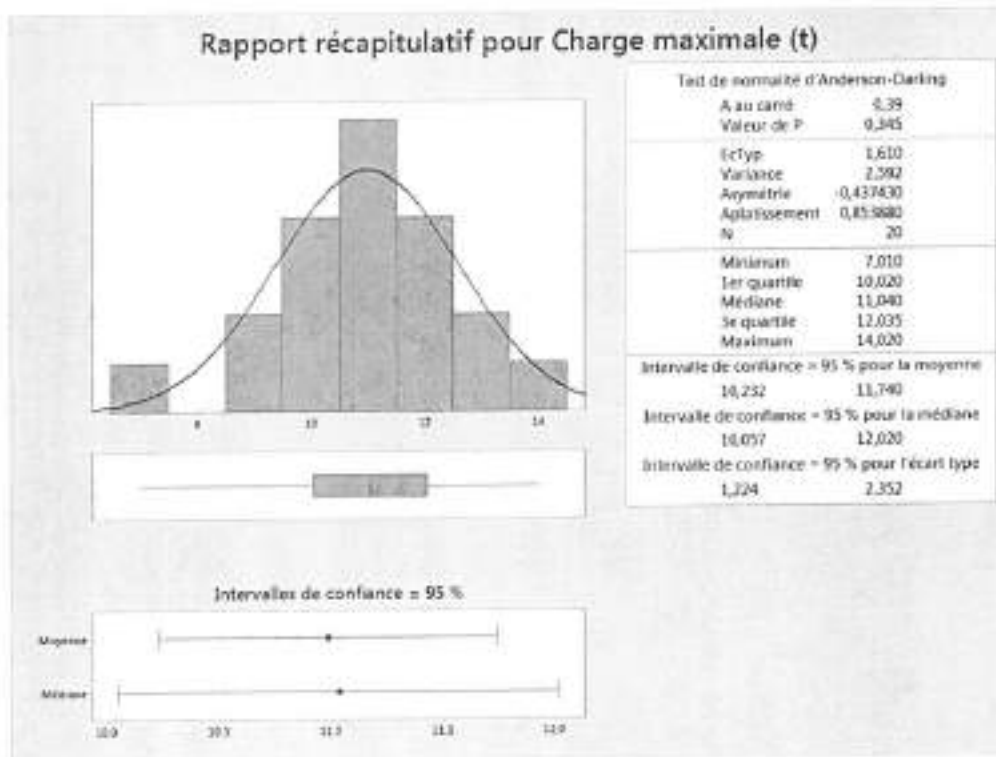
Qa 30 Quelle est la loi de la variable \bar{X} construite à partir des 20 observations de charge maximale effectuées par le laboratoire de contrôle qualité ?

- a) $\mathcal{N}(0; 1)$. b) $\mathcal{N}(11; 1)$. c) $\mathcal{N}(0; 0,2)$. d) $\mathcal{N}(11; 0,2)$. e) $\mathcal{N}(0; 4)$. f) $\mathcal{N}(11; 4)$.
g) Aucune des réponses précédentes.

Qa 31 Quelle est alors la probabilité pour que \bar{X} soit supérieure à 10 tonnes ?

- a) 0. b) 0,6915. c) 0,8413. d) 0,9875. e) 1.
f) Aucune des réponses précédentes.

Rapport de projet Minitab®



Affichage des données

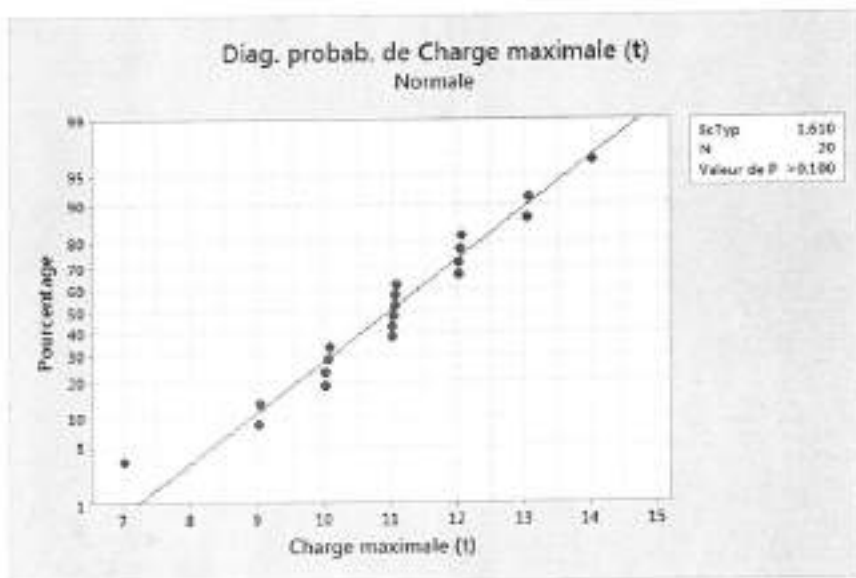
Câble	Charge maximale (t)	Fréquences corrigées	z estimés
1	10,01	0,203704	-0,82846
2	12,02	0,697531	0,51731
3	9,03	0,129630	-1,12814
4	12,04	0,771605	0,74414
5	13,07	0,919753	1,40341
6	10,08	0,203704	-0,82846
7	11,06	0,578074	0,18676
8	10,01	0,203704	-0,82846
9	11,02	0,425926	-0,18676
10	11,03	0,475389	-0,06193
11	12,02	0,697531	0,51731
12	12,06	0,820988	1,12814
13	11,05	0,524691	0,06193
14	9,02	0,080247	-1,40341
15	14,02	0,969136	1,86824
16	11,01	0,376543	-0,31457
17	13,03	0,870370	1,12814
18	11,08	0,623457	0,31457
19	7,01	0,030864	-1,86824
20	10,05	0,277778	0,18676

Statistiques descriptives : Charge maximale (t); z estimés

Variable	N	Moyenne	Écart type	Variance	Somme	Somme des carrés
Charge maximale (t)	20	11,740	1,610	2,592	219,720	2463,097
z estimés	20	0,000	1,000	1,000	0,004	17,595

Covariances : Charge maximale (t); z estimés

	Charge maximale	z estimés
Charge maximale	2,592246	
z estimés	1,512597	« VASE »



Test T à 1 échantillon : Charge maximale (t)

Test de $\mu = 11$ et $\neq 11$

Variable	N	Moyenne	EcTyp	moyenne	IC à 95 %	T	P
Charge maximale (t)	20	« mcm »	1,610	0,360	(10,232; 11,740)	-0,04	0,969

Test T à 1 échantillon : Charge maximale (t)

Test de $\mu = 12$ et $\neq 12$

Variable	N	Moyenne	EcTyp	IC à 95 %	T	P
Charge maximale (t)	20	« mcm »	1,610	(10,232; 11,740)	-2,82	0,011

